

Annales de maths en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 45 min

Objectif : Annales de maths

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Au brevet, tu dois reconnaître rapidement la règle utile avant de calculer.
- ▶ Un résultat exact, une écriture soignée et une justification courte valent mieux qu'une suite de calculs désordonnée.
- ▶ Coach Vince te demande un réflexe simple : signe, priorité, règle, vérification.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer exactement, transformer une expression littérale, simplifier une fraction et justifier brièvement une méthode de calcul.

Type de question Calcul à justifier, développement ou factorisation, QCM d'automatismes et problème utilisant une fraction ou un PGCD.

Exemple type Calculer $C = (-5)^2 - 4 \times 3$, puis donner le résultat sous la forme d'un entier relatif.
Alerte piège Oublier les parenthèses autour d'un nombre négatif, ne pas respecter les priorités ou donner une fraction qui n'est pas irréductible.

LA LEÇON

Entrer dans une annale avec le bon plan de jeu

Une annale rassemble des questions déjà posées dans un sujet d'examen. Elle te sert à repérer les automatismes attendus : calculer avec des nombres relatifs, manipuler des puissances, développer ou factoriser une expression, utiliser une racine carrée et raisonner avec les nombres premiers ou le PGCD. Ne commence jamais par écrire des opérations au hasard. Lis la consigne, entoure le verbe important et identifie la famille de calcul. Calculer demande un résultat exact et des étapes lisibles. Développer demande de supprimer des parenthèses en utilisant la distributivité. Factoriser demande au contraire de faire apparaître un produit. Justifier impose une phrase de règle ou un raisonnement, pas seulement une réponse finale.

Dans la partie sans calculatrice, l'efficacité repose sur des repères sûrs. Tu dois connaître les carrés usuels, les règles de priorité et les signes des produits et quotients. Garde les fractions tant qu'aucune réduction simple n'est possible : une valeur décimale approchée peut cacher une erreur et n'est pas demandée si le résultat exact est possible. Une calculatrice, lorsqu'elle est autorisée, ne remplace pas ton raisonnement. Elle peut vérifier une valeur, mais elle ne choisit ni la formule ni la règle à appliquer.

Organise ta copie. Une ligne égale une transformation justifiée par une règle de calcul. Évite les chaînes d'égalités qui mélangent plusieurs calculs indépendants. Par exemple, si tu calcules $A = 7 - 3 \times 4$, écris $A = 7 - 12$ puis $A = -5$. La multiplication est prioritaire sur la soustraction. Ce contrôle des priorités est ton premier automatisme.

Réflexes de calcul à mobiliser

Situation	Règle valable	Exemple rigoureux
Addition ou soustraction de relatifs	On additionne deux nombres de même signe en gardant leur signe. Avec des signes contraires, on soustrait les distances à zéro et on garde le signe du nombre le plus éloigné de zéro.	$-8 + 13 = 5$, car $13 - 8 = 5$. Puis $6 - 11 = -5$, car $11 - 6 = 5$ et 11 est négatif.
Produit ou quotient de relatifs	Un produit ou un quotient de deux nombres de même signe est positif. Avec des signes contraires, il est négatif. Cette règle concerne uniquement produits et quotients.	$-4 \times -7 = 28$. Puis $36 \div -9 = -4$.
Puissance entière	a^2 signifie $a \times a$ et a^3 signifie $a \times a \times a$. Des parenthèses sont indispensables si la base est négative.	$(-3)^2 = 9$ alors que $-3^2 = -9$, car le carré porte seulement sur 3 dans la seconde écriture.
Racine carrée	$\sqrt{a}$ est définie lorsque a est positif ou nul. C'est le nombre positif ou nul dont le carré vaut a .	$\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$. En revanche, $\sqrt{-49}$ n'existe pas parmi les nombres réels.
Fraction	On simplifie une fraction seulement en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.	$\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$ après division du numérateur et du dénominateur par 14.

Calcul littéral : les transformations autorisées

- Réduis uniquement des termes semblables. Dans $5x - 2x + 7$, les termes en x sont semblables : $5x - 2x = 3x$, donc l'expression devient $3x + 7$. En revanche, $3x$ et $3x^2$ ne sont pas semblables : leurs parties littérales sont différentes.
- Développe avec la distributivité. Pour tout nombre x , $k(a + b) = ka + kb$. Ainsi, $4(2x - 3) = 8x - 12$. Si le facteur extérieur est négatif, chaque terme change selon le produit : $-3(x - 5) = -3x + 15$.
- Développe un produit de deux parenthèses terme par terme. $(x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$. Vérifie que chaque terme de la première parenthèse a été multiplié par chaque terme de la seconde.
- Factorise en cherchant un facteur commun. Dans $6x + 18$, le facteur commun est 6 : $6x + 18 = 6(x + 3)$. Dans $5x^2 - 10x$, le facteur commun complet est $5x$: $5x^2 - 10x = 5x(x - 2)$. La factorisation est correcte si un développement redonne l'expression initiale.
- Utilise les identités remarquables seulement sous leur forme exacte. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Par exemple, $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$. Le terme du milieu est indispensable : écrire $x^2 + 9$ est faux.
- Remplace une lettre avec des parenthèses. Si $A = 2x^2 - 3x$ et $x = -2$, alors $A = 2(-2)^2 - 3(-2) = 2 \times 4 + 6 = 14$. Les parenthèses protègent le signe du nombre remplacé.

Arithmétique : décomposer avant de décider

Un nombre premier possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même. Pour calculer un PGCD, décompose les deux nombres en produits de facteurs premiers, puis garde les facteurs communs avec le plus petit exposant. Par exemple, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7, donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$. Cette méthode permet de simplifier une fraction ou de partager en groupes identiques les plus grands possibles. Pour savoir si une fraction est irréductible, vérifie que le PGCD du

numérateur et du dénominateur vaut 1. Ne confonds pas PGCD et PPCM : le PGCD est le plus grand diviseur commun.

Rédiger vite et juste le jour du brevet

Face à une question de calcul, commence par repérer les parenthèses, les puissances et les fractions. Applique ensuite les priorités : parenthèses, puissances et racines carrées, multiplications et divisions, puis additions et soustractions. À priorité égale, traite de gauche à droite. Dans une expression comme $B = 18 \div 3 \times 2 - 5$, calcule d'abord $18 \div 3 = 6$, puis $6 \times 2 = 12$, enfin $B = 7$. Il serait faux de calculer 3×2 avant la division : multiplication et division ont la même priorité.

Quand une question porte sur une racine carrée, cherche d'abord si le nombre sous le symbole est un carré parfait. Ainsi $\sqrt{81} = 9$ et $\sqrt{0} = 0$. Si une racine n'est pas simplifiable avec les connaissances attendues, conserve-la sous cette forme exacte. Pour comparer des nombres positifs, tu peux comparer leurs carrés : comme $7^2 = 49$ et $8^2 = 64$, $\sqrt{50}$ est compris entre 7 et 8. Cette comparaison est valable parce que les nombres comparés sont positifs ou nuls.

Relis enfin avec trois contrôles. Le signe est-il cohérent ? Un carré ne peut pas être négatif. L'ordre de grandeur est-il plausible ? Par exemple, $198 \div 4$ est proche de $200 \div 4$, donc proche de 50. La réponse respecte-t-elle la consigne ? Si l'on demande une fraction irréductible, termine par une fraction simplifiée ; si l'on demande une démonstration, rédige des phrases. Sur une question à choix multiple, calcule avant de cocher : une option séduisante peut correspondre à un oubli de signe ou de parenthèses. Ton record perso se construit par cette rigueur répétée, calcul après calcul.

Exemples résolus

Calculer une expression avec des priorités

Énoncé. Calcule $A = 5 - 3 \times (-4) + 18 \div 6$.

1. Calcule d'abord la multiplication : $3 \times (-4) = -12$.
2. Calcule ensuite la division : $18 \div 6 = 3$.
3. Remplace dans l'expression : $A = 5 - (-12) + 3$.
4. Soustraire un nombre négatif revient à ajouter son opposé : $A = 5 + 12 + 3 = 20$.

Résultat : $A = 20$.

Développer puis réduire

Énoncé. Développe et réduis $B = (3x - 2)(x + 5)$.

1. Multiplie $3x$ par chaque terme de la seconde parenthèse : $3x \times x = 3x^2$ et $3x \times 5 = 15x$.
2. Multiplie ensuite -2 par chaque terme : $-2 \times x = -2x$ et $-2 \times 5 = -10$.
3. Écris la somme obtenue : $B = 3x^2 + 15x - 2x - 10$.
4. Réduis les termes semblables : $15x - 2x = 13x$.

Résultat : $B = 3x^2 + 13x - 10$.

Simplifier une fraction avec le PGCD

Énoncé. Rends irréductible la fraction $\frac{84}{126}$.

1. Décompose 84 : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
2. Décompose 126 : $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.

3. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7, donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 42$.

4. Divise le numérateur et le dénominateur par 42 : $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$.

Résultat : $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$, fraction irréductible.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle

Avant une transformation importante, écris la règle utilisée : distributivité, priorité de calcul ou décomposition en facteurs premiers. Ta copie devient vérifiable immédiatement.



Fais le contrôle final

Relis le signe, l'unité éventuelle et la forme demandée avant de passer à la question suivante. Une vérification courte évite les erreurs d'étourderie.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $-3^2 = 9$.	Sans parenthèses, le carré porte sur 3 et le signe moins reste devant : $-3^2 = -9$.	Écris $(-3)^2$ lorsque toute la base négative doit être élevée au carré.
Réduire $4x + 3x^2$ en $7x^2$.	x et x^2 ne sont pas des termes semblables.	Ne regroupe que les termes ayant exactement la même partie littérale.
Simplifier une fraction en supprimant des chiffres ou des termes additionnés.	La simplification porte sur des facteurs communs, jamais sur des termes séparés par une addition ou une soustraction.	Factorise d'abord si nécessaire, puis divise le numérateur et le dénominateur par le même nombre.
Oublier le signe négatif dans une substitution.	Remplacer x par -2 sans parenthèses peut modifier l'ordre des opérations.	Écris systématiquement le nombre négatif entre parenthèses : x^2 devient $(-2)^2$.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Signes et calculs directs ★★★

Calcule chaque expression.

1. $-9 + 14$
2. -6×8
3. $-42 \div -7$

2 Puissances et racines carrées ★★★

Complète chaque égalité.

1. $(-5)^2 = \dots$
2. $-5^2 = \dots$
3. $\sqrt{64} = \dots$

3 Priorités opératoires ★★★

Calcule en détaillant les étapes.

1. $A = 7 + 4 \times 3 - 5$
2. $B = 24 \div 6 \times 5$

4 Réduire une expression ★★★

Réduis chaque expression.

1. $3x + 8 - 5x + 2$
2. $7a^2 - 3a + 5a^2 + a$

5 Changer de forme ★★★

Développe ou factorise selon la demande.

1. Développe $D = -2(3x - 4)$.
2. Factorise $E = 9x + 27$.
3. Développe $F = (x + 2)^2$.

6 Fraction irréductible ★★★

Rends chaque fraction irréductible.

1. $\frac{54}{72}$
2. $\frac{45}{105}$

7 Tester tes affirmations ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie.

1. Pour tout nombre x , $(x - 4)^2 = x^2 - 16$.
2. $\sqrt{121} = -11$.

8 Former les plus grands groupes ★★★

Résous le problème en justifiant avec le PGCD.

On dispose de 84 cartes rouges et de 126 cartes bleues. On veut former le plus grand nombre possible de paquets identiques en utilisant toutes les cartes. Détermine le nombre de paquets et leur composition.

ÉVALUATION

Traite chaque question en présentant les calculs nécessaires.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -7 + 3 \times (-5)$. / 3
2. Calcule $B = (-4)^2 - 3^2$. / 3
3. Développe et réduis $C = 5(x - 2) - 3x$. / 3
4. Factorise $D = 4x^2 + 12x$. / 3
5. Rends irréductible la fraction $\frac{72}{120}$. / 3
6. Justifie que $\sqrt{36} + \sqrt{49}$ est un entier. / 5

Quiz de révision

1. Quel est le résultat de $-8 + 13$?

A) -21 B) -5 C) 5 D) 21

2. Quelle égalité est correcte ?

A) $-4^2 = 16$ B) $(-4)^2 = 16$ C) $\sqrt{16} = -4$ D) $(-4)^3 = 64$

3. Quel calcul doit être effectué en premier dans $6 + 18 \div 3 \times 2$?

A) $6 + 18$ B) $18 \div 3$ C) 3×2 D) $6 + 2$

4. Quelle est la forme réduite de $7x - 2 + 3x + 5$?

A) $10x + 3$ B) $10x - 7$ C) $21x + 3$ D) $10x + 7$

5. Quelle est la forme développée de $3(x - 4)$?

A) $3x - 4$ B) $3x - 12$ C) $3x + 12$ D) $7x$

6. Quelle est la factorisation correcte de $8x + 20$?

A) $4(2x + 5)$ B) $8(x + 20)$ C) $2(4x + 20)$ D) $4(x + 5)$

7. Quelle fraction est égale à $\frac{36}{48}$ sous forme irréductible ?

A) $\frac{6}{8}$ B) $\frac{4}{6}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{9}{12}$

8. Quel nombre est égal à $\sqrt{81}$?

A) -9 B) 9 C) 40,5 D) 81

9. Quelle affirmation sur le PGCD est correcte ?

A) Il est toujours supérieur aux deux nombres.

B) Il est le plus grand diviseur commun à deux nombres entiers.

C) Il est obtenu en additionnant les diviseurs communs. D) Il sert uniquement à calculer des racines carrées.

Guide pour les parents

Demandez-lui d'expliquer sa première étape avant de regarder son résultat : il doit nommer la règle choisie.

- Proposez un temps court sans calculatrice, puis faites vérifier un ou deux résultats avec la calculatrice seulement après le calcul posé.
- Face à une erreur, demandez où se trouve la priorité, le signe ou le facteur commun plutôt que de donner la correction.

Questions fréquentes

Q. Dois-je apprendre toutes les règles par cœur ?

- R. Tu dois connaître les règles essentielles, mais surtout savoir reconnaître la situation où chacune s'applique. Entraîne-toi à nommer la règle avant de calculer.

Q. Puis-je donner une valeur décimale avec la calculatrice ?

- R. Oui seulement si la consigne demande une valeur approchée ou si le contexte l'exige. Sinon, garde une écriture exacte, comme $\frac{3}{4}$ ou $\sqrt{50}$.

Q. Comment savoir si une fraction est irréductible ?

- R. Elle est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont aucun diviseur commun autre que 1. Tu peux le vérifier avec leur PGCD.

Q. Pourquoi faut-il détailler les calculs au brevet ?

- R. Les étapes montrent la règle utilisée et permettent de suivre ton raisonnement. Un résultat isolé ne prouve pas que le calcul a été conduit correctement.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Signes et calculs directs

5. Les nombres sont de signes contraires et $14 - 9 = 5$.
- 48. Un produit de deux nombres de signes contraires est négatif.
6. Un quotient de deux nombres négatifs est positif.

Exercice 2 : Puissances et racines carrées

25. Le carré de -5 vaut 25.
- 25. Le signe moins est extérieur au carré.
8. $8^2 = 64$.

Exercice 3 : Priorités opératoires

- $A = 7 + 12 - 5 = 14$. La multiplication est prioritaire.
- $B = 4 \times 5 = 20$. Division et multiplication se traitent de gauche à droite.

Exercice 4 : Réduire une expression

- $-2x + 10$. $3x - 5x = -2x$ et $8 + 2 = 10$.
- $12a^2 - 2a$. Les termes en a^2 et les termes en a se réduisent séparément.

Exercice 5 : Changer de forme

- $D = -6x + 8$. -2 est multiplié par chacun des termes de la parenthèse.
- $E = 9(x + 3)$. 9 est le facteur commun.
- $F = x^2 + 4x + 4$. On utilise $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Exercice 6 : Fraction irréductible

- $\frac{54}{72} = \frac{3}{4}$, car $\text{PGCD}(54 ; 72) = 18$. On divise le numérateur et le dénominateur par 18.
- $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$, car $\text{PGCD}(45 ; 105) = 15$. On divise le numérateur et le dénominateur par 15.

Exercice 7 : Tester les affirmations

- Faux. En utilisant $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, on obtient $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$. Le terme du milieu et le carré de 4 ont été oubliés.
- Faux. $\sqrt{121} = 11$, car la racine carrée est le nombre positif ou nul dont le carré vaut 121. -11^2 vaut aussi 121, mais -11 n'est pas la racine carrée.

Exercice 8 : Former les plus grands groupes

- $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 42$. On peut former 42 paquets identiques. Chaque paquet contient $84 \div 42 = 2$ cartes rouges et $126 \div 42 = 3$ cartes bleues. Le PGCD donne le plus grand nombre de paquets identiques possible.

Corrigé de l'évaluation

- $A = -7 - 15 = -22$. / 3
- $B = 16 - 9 = 7$. / 3
- $C = 5x - 10 - 3x = 2x - 10$. / 3
- $D = 4x(x + 3)$. / 3
- $\text{PGCD}(72 ; 120) = 24$, donc $\frac{72}{120} = \frac{3}{5}$. / 3
- $\sqrt{36} = 6$ car $6^2 = 36$, et $\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$. Donc $\sqrt{36} + \sqrt{49} = 6 + 7 = 13$, qui est un entier. / 5

Réponses du quiz

- C) 5. Les nombres sont de signes contraires et $13 - 8 = 5$.
- B) $(-4)^2 = 16$. Les parenthèses indiquent que la base entière -4 est élevée au carré.
- B) $18 \div 3$. Division et multiplication ont la même priorité : on commence à gauche.
- A) $10x + 3$. $7x + 3x = 10x$ et $-2 + 5 = 3$.
- B) $3x - 12$. Le nombre 3 multiplie x et -4.
- A) $4(2x + 5)$. Développer $4(2x + 5)$ redonne $8x + 20$.
- C) $\frac{3}{4}$. Le PGCD de 36 et 48 est 12, donc $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$.
- B) 9. 9 est le nombre positif dont le carré vaut 81.

9. B) Il est le plus grand diviseur commun à deux nombres entiers. Le PGCD est le plus grand entier positif qui divise les deux nombres.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)