LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · NOMBRES-CALCUL

Annales de maths en 3e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3e | Difficulté ★★★ | 45 min | Objectif : Annales de maths | Tombe souvent au brevet | Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Au brevet, tu dois reconnaître rapidement la règle utile avant de calculer.
- Un résultat exact, une écriture soignée et une justification courte valent mieux qu'une suite de calculs désordonnée.
- Coach Vince te demande un réflexe simple : signe, priorité, règle, vérification.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer exactement, transformer une expression littérale, simplifier une fraction et justifier brièvement une méthode de calcul.

Type de question Calcul à justifier, développement ou factorisation, QCM d'automatismes et problème utilisant une fraction ou un PGCD.

Exemple type Calculer $C = (-5)^2 - 4 \times 3$, puis donner le résultat sous la forme d'un entier relatif.

Alerte piège Oublier les parenthèses autour d'un nombre négatif, ne pas respecter les priorités ou donner une fraction qui n'est pas irréductible.

LA LEÇON

Entrer dans une annale avec le bon plan de jeu

Une annale rassemble des questions déjà posées dans un sujet d'examen. Elle te sert à repérer les automatismes attendus : calculer avec des nombres relatifs, manipuler des puissances, développer ou factoriser une expression, utiliser une racine carrée et raisonner avec les nombres premiers ou le PGCD. Ne commence jamais par écrire des opérations au hasard. Lis la consigne, entoure le verbe important et identifie la famille de calcul. Calculer demande un résultat exact et des étapes lisibles. Développer demande de supprimer des parenthèses en utilisant la distributivité. Factoriser demande au contraire de faire apparaître un produit. Justifier impose une phrase de règle ou un raisonnement, pas seulement une réponse finale.

Dans la partie sans calculatrice, l'efficacité repose sur des repères sûrs. Tu dois connaître les carrés usuels, les règles de priorité et les signes des produits et quotients. Garde les fractions tant qu'aucune réduction simple n'est possible : une valeur décimale approchée peut cacher une erreur et n'est pas demandée si le résultat exact est possible. Une calculatrice, lorsqu'elle est autorisée, ne remplace pas ton raisonnement. Elle peut vérifier une valeur, mais elle ne choisit ni la formule ni la règle à appliquer.

Organise ta copie. Une ligne égale une transformation justifiée par une règle de calcul. Évite les chaînes d'égalités

qui mélangent plusieurs calculs indépendants. Par exemple, si tu calcules $A = 7 - 3 \times 4$, écris $A = 7 - 12$ puis $A = -5$. La multiplication est prioritaire sur la soustraction. Ce contrôle des priorités est ton premier automatisme.

Réflexes de calcul à mobiliser

Situation	Règle valable	Exemple rigoureux
Addition ou soustraction de relatifs	On additionne deux nombres de même signe en gardant leur signe. Avec des signes contraires, on soustrait les distances à zéro et on garde le signe du nombre le plus éloigné de zéro.	$-8 + 13 = 5$, car $13 - 8 = 5$. Puis $6 - 11 = -5$, car $11 - 6 = 5$ et 11 est négatif.
Produit ou quotient de relatifs	Un produit ou un quotient de deux nombres de même signe est positif. Avec des signes contraires, il est négatif. Cette règle concerne uniquement produits et quotients.	$-4 \times -7 = 28$. Puis $36 \div -9 = -4$.
Puissance entière	a^2 signifie $a \times a$ et a^3 signifie $a \times a \times a$. Des parenthèses sont indispensables si la base est négative.	$(-3)^2 = 9$ alors que $-3^2 = -9$, car le carré porte seulement sur 3 dans la seconde écriture.
Racine carrée	$\sqrt{a}$ est définie lorsque a est positif ou nul. C'est le nombre positif ou nul dont le carré vaut a.	$\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$. En revanche, $\sqrt{(-49)}$ n'existe pas parmi les nombres réels.
Fraction	On simplifie une fraction seulement en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.	$42/56 = 3/4$ après division du numérateur et du dénominateur par 14.

Calcul littéral : les transformations autorisées

- Réduis uniquement des termes semblables. Dans $5x - 2x + 7$, les termes en x sont semblables : $5x - 2x = 3x$, donc l'expression devient $3x + 7$. En revanche, $3x$ et $3x^2$ ne sont pas semblables : leurs parties littérales sont différentes.
- Développe avec la distributivité. Pour tout nombre x, $k(a + b) = ka + kb$. Ainsi, $4(2x - 3) = 8x - 12$. Si le facteur extérieur est négatif, chaque terme change selon le produit : $-3(x - 5) = -3x + 15$.
- Développe un produit de deux parenthèses terme par terme. $(x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$. Vérifie que chaque terme de la première parenthèse a été multiplié par chaque terme de la seconde.
- Factorise en cherchant un facteur commun. Dans $6x + 18$, le facteur commun est 6 : $6x + 18 = 6(x + 3)$. Dans $5x^2 - 10x$, le facteur commun complet est $5x$: $5x^2 - 10x = 5x(x - 2)$. La factorisation est correcte si un développement redonne l'expression initiale.
- Utilise les identités remarquables seulement sous leur forme exacte. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Par exemple, $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$. Le terme du milieu est indispensable : écrire $x^2 + 9$ est faux.
- Remplace une lettre avec des parenthèses. Si $A = 2x^2 - 3x$ et $x = -2$, alors $A = 2(-2)^2 - 3(-2) = 2 \times 4 + 6 = 14$. Les parenthèses protègent le signe du nombre remplacé.

Arithmétique : décomposer avant de décider

Un nombre premier possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même. Pour calculer un PGCD, décompose les deux nombres en produits de facteurs premiers, puis garde les facteurs communs avec le plus petit exposant. Par exemple, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7, donc $PGCD(84 ; 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$. Cette méthode permet de simplifier une fraction ou de partager en groupes

identiques les plus grands possibles. Pour savoir si une fraction est irréductible, vérifie que le PGCD du numérateur et du dénominateur vaut 1. Ne confonds pas PGCD et PPCM : le PGCD est le plus grand diviseur commun.

Rédiger vite et juste le jour du brevet

Face à une question de calcul, commence par repérer les parenthèses, les puissances et les fractions. Applique ensuite les priorités : parenthèses, puissances et racines carrées, multiplications et divisions, puis additions et soustractions. À priorité égale, traite de gauche à droite. Dans une expression comme $B = 18 \div 3 \times 2 - 5$, calcule d'abord $18 \div 3 = 6$, puis $6 \times 2 = 12$, enfin $B = 7$. Il serait faux de calculer 3×2 avant la division : multiplication et division ont la même priorité.

Quand une question porte sur une racine carrée, cherche d'abord si le nombre sous le symbole est un carré parfait. Ainsi $\sqrt{81} = 9$ et $\sqrt{0} = 0$. Si une racine n'est pas simplifiable avec les connaissances attendues, conserve-la sous cette forme exacte. Pour comparer des nombres positifs, tu peux comparer leurs carrés : comme $7^2 = 49$ et $8^2 = 64$, $\sqrt{50}$ est compris entre 7 et 8. Cette comparaison est valable parce que les nombres comparés sont positifs ou nuls.

Relis enfin avec trois contrôles. Le signe est-il cohérent ? Un carré ne peut pas être négatif. L'ordre de grandeur est-il plausible ? Par exemple, $198 \div 4$ est proche de $200 \div 4$, donc proche de 50. La réponse respecte-t-elle la consigne ? Si l'on demande une fraction irréductible, termine par une fraction simplifiée ; si l'on demande une démonstration, rédige des phrases. Sur une question à choix multiple, calcule avant de cocher : une option séduisante peut correspondre à un oubli de signe ou de parenthèses. Ton record perso se construit par cette rigueur répétée, calcul après calcul.

Exemples résolus

Calculer une expression avec des priorités

Énoncé. Calcule $A = 5 - 3 \times (-4) + 18 \div 6$.

1. Calcule d'abord la multiplication : $3 \times (-4) = -12$.
2. Calcule ensuite la division : $18 \div 6 = 3$.
3. Remplace dans l'expression : $A = 5 - (-12) + 3$.
4. Soustraire un nombre négatif revient à ajouter son opposé : $A = 5 + 12 + 3 = 20$.

Résultat : $A = 20$.

Développer puis réduire

Énoncé. Développe et réduis $B = (3x - 2)(x + 5)$.

1. Multiplie $3x$ par chaque terme de la seconde parenthèse : $3x \times x = 3x^2$ et $3x \times 5 = 15x$.
2. Multiplie ensuite -2 par chaque terme : $-2 \times x = -2x$ et $-2 \times 5 = -10$.
3. Écris la somme obtenue : $B = 3x^2 + 15x - 2x - 10$.
4. Réduis les termes semblables : $15x - 2x = 13x$.

Résultat : $B = 3x^2 + 13x - 10$.

Simplifier une fraction avec le PGCD

Énoncé. Rends irréductible la fraction $84/126$.

1. Décompose 84 : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.

2. Décompose 126 : $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
3. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7, donc PGCD(84 ; 126) = 42.
4. Divise le numérateur et le dénominateur par 42 : $84/126 = 2/3$.

Résultat : $84/126 = 2/3$, fraction irréductible.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Signes et calculs directs ★★★

Calcule chaque expression.

1. $-9 + 14$ .....
2. -6×8 .....
3. $-42 \div -7$ .....

2 Puissances et racines carrées ★★★

Complète chaque égalité.

1. $(-5)^2 = \ldots$ .....
2. $-5^2 = \ldots$ .....
3. $\sqrt{64} = \ldots$ .....

3 Priorités opératoires ★★★

Calcule en détaillant les étapes.

1. $A = 7 + 4 \times 3 - 5$ .....
2. $B = 24 \div 6 \times 5$ .....

4 Réduire une expression ★★★

Réduis chaque expression.

1. $3x + 8 - 5x + 2$ .....
2. $7a^2 - 3a + 5a^2 + a$ .....

5 Changer de forme ★★★

Développe ou factorise selon la demande.

1. Développe $D = -2(3x - 4)$. .....
2. Factorise $E = 9x + 27$. .....
3. Développe $F = (x + 2)^2$. .....

6 Fraction irréductible ★★★

Rends chaque fraction irréductible.

1. $54/72$ .....
2. $45/105$ .....

7 Tester tes affirmations ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie.

1. Pour tout nombre x, $(x - 4)^2 = x^2 - 16$. .....

2. $\sqrt{121} = -11$. .....

8 Former les plus grands groupes ★★★

Résous le problème en justifiant avec le PGCD.

On dispose de 84 cartes rouges et de 126 cartes bleues. On veut former le plus grand nombre possible de paquets identiques en utilisant toutes les cartes. Détermine le nombre de paquets et leur composition.

ÉVALUATION

Traite chaque question en présentant les calculs nécessaires.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -7 + 3 \times (-5)$. / 3

2. Calcule $B = (-4)^2 - 3^2$. / 3

3. Développe et réduis $C = 5(x - 2) - 3x$. / 3

4. Factorise $D = 4x^2 + 12x$. / 3

5. Rends irréductible la fraction $72/120$. / 3

6. Justifie que $\sqrt{36} + \sqrt{49}$ est un entier. / 5

Les conseils de Coach Vince

Annonce la règle
Avant une transformation importante, écris la règle utilisée : distributivité, priorité de calcul ou décomposition en facteurs premiers. Ta copie devient vérifiable immédiatement.

Fais le contrôle final
Relis le signe, l'unité éventuelle et la forme demandée avant de passer à la question suivante. Une vérification courte évite les erreurs d'étourderie.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « nombres-calcul » en 3e** · /mathematiques-3eme/nombres-calcul/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/