LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · FONCTIONS

Antécédents d'une fonction en 3e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3e | Difficulté ★★★ | 45 min | Objectif : Antécédents d'une fonction | Tombe souvent au brevet | Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Proportionnalité, pourcentages, fonctions linéaires et affines, statistiques, probabilités.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Un antécédent de y est un nombre x dont l'image par la fonction est y.
- Pour chercher les antécédents de y, tu résous l'égalité f(x) = y.
- Une image possède parfois plusieurs antécédents, mais un nombre n'a qu'une seule image par une fonction.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Les antécédents peuvent être mobilisés dans des exercices sur les fonctions, notamment pour lire une représentation graphique, exploiter un tableau ou résoudre une équation affine. Le DNB ne fixe pas de poids officiel par notion : entraîne-toi à cette compétence comme à l'ensemble du programme.

Type de question	Lecture graphique à justifier, calcul d'antécédent par résolution d'équation et question d'automatismes.
Exemple type	La fonction f est définie par f(x) = 4x − 7. Détermine, en détaillant les calculs, l'antécédent de 13 par f.
Alerte piège	Confondre l'abscisse et l'ordonnée sur un graphique, ou oublier une seconde solution lorsque la même hauteur coupe la courbe plusieurs fois.

LA LEÇON

Image et antécédent : le sens des mots

Une fonction associe, à chaque nombre auquel elle est définie, un unique nombre. Si une fonction f associe le nombre x au nombre y, on écrit f(x) = y. Le nombre y est l'image de x par la fonction f. Le nombre x est un antécédent de y par la fonction f. Les deux mots désignent donc le même lien, vu dans des sens opposés. Dans f(4) = 11, 11 est l'image de 4 ; 4 est un antécédent de 11. Pour obtenir une image, tu pars d'un nombre connu et tu appliques la règle de calcul de la fonction. Pour obtenir un antécédent, tu connais le résultat et tu remontes vers le ou les nombres de départ possibles. Ne confonds pas les notations : f(4) est un nombre, tandis que f est le nom de la fonction. Dire « f(4) est l'antécédent de 11 » est faux : f(4) vaut justement 11. Une fonction impose une règle essentielle : un même antécédent ne peut pas avoir deux images différentes. En revanche, une même image peut avoir plusieurs antécédents. Par exemple, si $g(x) = x^2$, alors g(3) = 9 et g(−3) = 9. Le nombre 9 a donc deux antécédents : −3 et 3. Certains nombres peuvent aussi n'avoir aucun antécédent. Avec $g(x) = x^2$, il n'existe aucun nombre réel x tel que g(x) = −1, car le carré d'un nombre réel est toujours positif ou nul. Dès le départ, habitue-toi à écrire les phrases avec précision : « Les antécédents de 9 par g sont −3 et 3. » C'est la base de ton plan de jeu.

Lire une fonction dans un tableau de valeurs

Ce que tu lis	Ce que tu cherches	Réponse correcte
h(−2) = 5	L'image de −2	L'image de −2 par h est 5.
h(1) = 0	Un antécédent de 0	1 est un antécédent de 0 par h.
h(−2) = 5 et h(4) = 5	Les antécédents de 5	Les antécédents de 5 par h sont −2 et 4.
Aucune valeur du tableau n'a pour image 7	Un antécédent de 7 parmi les valeurs données	7 n'a pas d'antécédent parmi les valeurs du tableau.

Méthode de lecture dans un tableau

- Lis d'abord exactement ce qui est demandé. « L'image de −1 » te demande de partir de −1 ; « un antécédent de 6 » te demande de repérer où apparaît 6 comme résultat.
- Pour une image, repère la colonne ou la ligne contenant le nombre de départ, puis lis la valeur associée par la fonction.
- Pour un antécédent, cherche le nombre demandé parmi les images, puis relève toutes les valeurs de départ correspondantes.
- Vérifie toute la ligne ou toute la colonne : une image peut apparaître plusieurs fois. T'arrêter au premier nombre trouvé peut te faire oublier un antécédent.
- Si le tableau ne donne qu'une partie des valeurs possibles, écris « parmi les valeurs proposées » lorsque c'est nécessaire. Le tableau seul ne permet pas toujours d'affirmer qu'il n'existe aucun autre antécédent.

La bonne traduction mathématique

Pour chercher les antécédents du nombre k par une fonction f, tu cherches les nombres x vérifiant f(x) = k. Cette égalité est valable quelle que soit la façon dont la fonction est donnée : tableau, graphique, programme de calcul ou expression algébrique. Elle ne dit pas qu'il existe forcément une solution : selon la fonction et le nombre k, il peut y avoir zéro, un ou plusieurs antécédents.

Sur un graphique : partir de l'image et revenir vers les abscisses

Lorsqu'une fonction est représentée par une courbe dans un repère, l'abscisse d'un point de la courbe est un antécédent et son ordonnée est l'image correspondante. Pour lire l'image d'un nombre a, tu pars de a sur l'axe horizontal, tu montes ou tu descends verticalement jusqu'à la courbe, puis tu lis l'ordonnée du point obtenu. Pour lire les antécédents d'un nombre b, tu fais le trajet inverse : pars de b sur l'axe vertical, trace mentalement ou à la règle une droite horizontale jusqu'à la courbe, puis projette chaque point de rencontre verticalement sur l'axe des abscisses. Toutes les abscisses lues sont les antécédents de b. Le mot-clé est horizontal : chercher les antécédents de 2 revient à chercher les points de la courbe d'ordonnée 2. Une droite horizontale peut ne couper la courbe nulle part : 2 n'a alors aucun antécédent. Elle peut la toucher ou la couper une seule fois : 2 possède un seul antécédent. Elle peut la couper à plusieurs endroits : il faut relever toutes les abscisses. Sur une courbe en forme de U, une même hauteur est souvent atteinte à gauche et à droite ; tes yeux doivent balayer toute la fenêtre du repère. Si la graduation ne permet pas une lecture exacte, annonce une valeur approchée avec le signe ≈. Par exemple : « Les antécédents de 3 sont environ −1,4 et 2,1. » N'écris pas une égalité exacte si ton résultat provient seulement d'une lecture graphique. Attention aussi au domaine représenté : une courbe dessinée seulement entre x = −3 et x = 5 ne renseigne que sur cette portion. Tu ne peux pas conclure sur des valeurs qui ne figurent pas dans le graphique. Dernier contrôle utile : pour un antécédent lu x ≈ 2, vérifie que le point de la courbe situé à l'abscisse 2 est bien à la hauteur demandée.

Graphique à lire : une fonction affine

<svg viewBox="0 0 420 280" role="img" aria-label="Repère représentant la droite de la fonction u définie par u(x) égale moins x plus 3"><rect width="420" height="280" fill="white"/><g stroke="#d0d0d0" stroke-

width="1"><path d="M40 20V240 M80 20V240 M120 20V240 M160 20V240 M200 20V240 M240 20V240 M280 20V240 M320 20V240 M360 20V240"/><path d="M40 40H380 M40 80H380 M40 120H380 M40 160H380 M40 200H380 M40 240H380"/></g><g stroke="black" stroke-width="2"><path d="M40 160H385"/><path d="M200 245V15"/></g><g font-size="14" fill="black"><text x="382" y="177">x</text><text x="208" y="25">y</text><text x="75" y="178">−3</text><text x="115" y="178">−2</text><text x="155" y="178">−1</text><text x="197" y="178">0</text><text x="237" y="178">1</text><text x="277" y="178">2</text><text x="317" y="178">3</text><text x="180" y="205">−1</text><text x="180" y="245">−2</text><text x="180" y="125">1</text><text x="180" y="85">2</text><text x="180" y="45">3</text></g><path d="M80 40L360 240" stroke="#1565c0" stroke-width="3"/><circle cx="120" cy="80" r="4" fill="#1565c0"/><circle cx="280" cy="200" r="4" fill="#1565c0"/><text x="290" y="215" fill="#1565c0" font-size="15">u</text></svg>Le graphique représente la fonction u définie par u(x) = −x + 3. Lis d'abord, sans calcul : quelle est l'image de −2 ? Quels sont les antécédents de 1 ? Quel est l'antécédent de 0 ? Utilise les graduations du repère et garde bien le sens de lecture : vertical pour une image, horizontal pour un antécédent.

Corrigé de la lecture graphique

Pour l'image de −2, je pars de −2 sur l'axe des abscisses puis je monte jusqu'à la droite. Je lis l'ordonnée 5 : u(−2) = 5. Pour les antécédents de 1, je pars de 1 sur l'axe des ordonnées et je me déplace horizontalement jusqu'à la droite. Le point rencontré a pour abscisse 2 : 2 est l'unique antécédent de 1 par u. Enfin, pour chercher l'antécédent de 0, je suis l'horizontale d'ordonnée 0, c'est-à-dire l'axe des abscisses. La droite le coupe en 3 : 3 est l'antécédent de 0 par u. Ce graphique est une droite non horizontale : chaque hauteur représentée est donc atteinte une seule fois.

Avec une expression : résoudre une équation

Quand la fonction est définie par une formule, chercher les antécédents de k consiste à résoudre l'équation f(x) = k. Si f(x) = 3x − 5, cherchons les antécédents de 7. Tu remplaces f(x) par son expression : 3x − 5 = 7. Ajoute 5 aux deux membres : 3x = 12. Divise les deux membres par 3 : x = 4. Donc 4 est l'unique antécédent de 7 par f. C'est le cas le plus courant en 3e avec les fonctions linéaires et affines. Pour une fonction affine f(x) = ax + b avec a ≠ 0, l'équation ax + b = k possède toujours une seule solution. En effet, tu peux isoler x : ax = k − b, puis x = (k − b) ÷ a. Cette formule doit être utilisée seulement si a ≠ 0, car une division par 0 est impossible. Si a = 0, la fonction est constante : f(x) = b. Dans ce cas, tous les nombres de l'ensemble de définition sont antécédents de b, et aucun nombre n'est antécédent d'une autre image. Exemple : si p(x) = 6, les antécédents de 6 sont tous les nombres pour lesquels p est définie ; 4 n'a aucun antécédent par p. Pour une expression avec un carré, le nombre de solutions peut changer. Avec q(x) = x^2 − 1, les antécédents de 8 vérifient x^2 − 1 = 8, donc x^2 = 9. On obtient x = −3 ou x = 3, car ces deux nombres ont pour carré 9. Écris les deux solutions. En revanche, chercher les antécédents de −2 donne x^2 − 1 = −2, donc x^2 = −1 : il n'y a pas de solution réelle. Ne force jamais un résultat. La cohérence compte : un carré ne peut pas être négatif.

Reste dans les fonctions étudiées en 3e

Pour cette notion, entraîne-toi surtout à lire des tableaux et des graphiques, ainsi qu'à résoudre des équations simples liées aux fonctions linéaires et affines. Les expressions avec fractions et les valeurs interdites ne constituent pas le cœur attendu ici : elles peuvent apparaître dans un approfondissement, mais elles ne doivent pas remplacer la maîtrise des fonctions affines. Priorité donc à la traduction f(x) = k, à la lecture graphique et à la résolution d'équations du premier degré.

Rédaction finale et vérification

- Traduis la question par une égalité : « Je cherche les x tels que f(x) = k. »
- Écris les transformations de l'équation ligne par ligne. Une égalité reste vraie seulement si tu effectues la même opération aux deux membres.

- Indique clairement toutes les solutions, puis réponds avec le vocabulaire de la question : « Les antécédents de k par f sont … »
- Vérifie en remplaçant x par chaque valeur trouvée. Si $f(4) = 7$, alors 4 est bien un antécédent de 7.
- Distingue « un antécédent » et « les antécédents ». Si plusieurs solutions existent, une réponse incomplète n'est pas correcte. Coach Vince te le rappelle : en finale, tu contrôles chaque solution avant de la valider.

Exemples résolus

Retrouver tous les antécédents dans un tableau

Énoncé. Une fonction m est donnée par les valeurs suivantes : $m(-4) = 2$, $m(-1) = 5$, $m(0) = 2$, $m(3) = 7$ et $m(6) = 5$. Détermine les antécédents de 5 parmi les valeurs données.

1. Je cherche les nombres x tels que $m(x) = 5$.
2. Dans les valeurs données, je repère $m(-1) = 5$ et $m(6) = 5$.
3. Je vérifie toutes les valeurs : aucune autre image n'est égale à 5.

Résultat : Les antécédents de 5 par m, parmi les valeurs données, sont −1 et 6.

Résoudre une équation affine

Énoncé. La fonction f est définie par $f(x) = -2x + 9$. Détermine l'antécédent de 1.

1. Je cherche x tel que $f(x) = 1$.
2. Je remplace f(x) par son expression : $-2x + 9 = 1$.
3. Je soustrais 9 aux deux membres : $-2x = -8$.
4. Je divise les deux membres par −2 : $x = 4$.
5. Je vérifie : $f(4) = -2 \times 4 + 9 = -8 + 9 = 1$.

Résultat : 4 est l'unique antécédent de 1 par f.

Deux antécédents avec un carré

Énoncé. La fonction g est définie par $g(x) = x^2 - 4$. Détermine les antécédents de 12.

1. Je cherche les nombres x tels que $g(x) = 12$.
2. Je résous $x^2 - 4 = 12$.
3. J'ajoute 4 aux deux membres : $x^2 = 16$.
4. Les nombres dont le carré vaut 16 sont −4 et 4.
5. Je vérifie : $g(-4) = 16 - 4 = 12$ et $g(4) = 16 - 4 = 12$.

Résultat : Les antécédents de 12 par g sont −4 et 4.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Vocabulaire express ★☆☆

Complète chaque phrase avec « image » ou « antécédent ».

1. Si f(2) = 9, alors 9 est l'_____ de 2 par f. .....
2. Si f(2) = 9, alors 2 est un _____ de 9 par f. .....
3. Si g(−5) = 0, alors −5 est un _____ de 0 par g. .....

2 Lecture dans un tableau ★☆☆

Détermine les réponses à partir des valeurs suivantes : h(−3) = 4, h(0) = 1, h(2) = 4 et h(5) = −2.

1. Donne l'image de 5 par h. .....
2. Donne les antécédents de 4 par h parmi les valeurs données. .....
3. Indique si 1 a un antécédent parmi les valeurs données. .....

3 Réflexes de fonction ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Une même image peut avoir deux antécédents. .....
2. Un même antécédent peut avoir deux images différentes par une fonction. .....
3. Chercher les antécédents de 6 par f revient à résoudre f(x) = 6. .....

4 Équations affines ★★☆

Détermine l'antécédent demandé en détaillant les étapes de calcul.

1. f(x) = 3x + 2. Cherche l'antécédent de 17. .....
2. g(x) = −4x + 1. Cherche l'antécédent de 13. .....

5 Combien d'antécédents ? ★★☆

Résous chaque équation et conclus sur les antécédents.

1. $p(x) = x^2 + 2$. Cherche les antécédents de 11. .....
2. $p(x) = x^2 + 2$. Cherche les antécédents de 1. .....

6 Cas particulier ★★☆

Analyse la fonction c définie par c(x) = −4.

Détermine les antécédents de −4, puis indique si 0 a un antécédent par c.

7 Valeur interdite ★★★

Résous en tenant compte des valeurs interdites.

1. $r(x) = 6 \div (x + 1)$. Cherche l'antécédent de 2. .....
2. Indique si -1 possède une image par r. .....

8 Rédaction de finale ★★★

Rédige une solution complète et vérifie ton résultat.

La fonction s est définie par $s(x) = 5 - 3x$. Détermine l'antécédent de -7 par s.

ÉVALUATION

Réponds avec des calculs ou une justification lorsque cela est demandé. Soigne les phrases de conclusion.

Barème : 20 points

1. La fonction f vérifie $f(-2) = 6$ et $f(3) = 6$. Donne les antécédents de 6 par f. / 2
2. Explique la différence entre l'image de 4 et un antécédent de 4. / 3
3. La fonction g est définie par $g(x) = 7x - 1$. Détermine l'antécédent de 20. / 4
4. La fonction h est définie par $h(x) = x^2 - 5$. Détermine les antécédents de 11. / 4
5. La fonction p est définie par $p(x) = x^2 + 3$. Le nombre 1 a-t-il un antécédent par p ? Justifie. / 3
6. La fonction r est définie par $r(x) = 8 \div (x - 1)$. Détermine l'antécédent de 4 et précise la valeur interdite. / 4

Les conseils de Coach Vince

Traduis avant de calculer
Commence par écrire f(x) = k : tu montres ce que tu cherches avant de manipuler les nombres. Cette ligne évite les inversions entre image et antécédent.

Termine par une phrase mathématique
Après le calcul, vérifie la valeur obtenue dans l'expression de la fonction. Conclus avec « est un antécédent de » ou « les antécédents sont ».

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « fonctions » en 3e** · /mathematiques-3eme/fonctions/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/