



Calculer la surface d'un cylindre en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 45 min

Objectif : Calculer la surface d'un cylindre

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Pythagore, Thalès, trigonométrie, transformations, géométrie dans l'espace (solides, sections, agrandissement-réduction).



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Un cylindre de révolution possède deux bases qui sont des disques identiques et une surface latérale.
- ▶ L'aire latérale se calcule avec le périmètre de la base multiplié par la hauteur.
- ▶ L'aire totale est la somme de l'aire latérale et des aires des deux bases.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois identifier les surfaces utiles dans une situation concrète, choisir la formule adaptée, effectuer le calcul et rédiger une réponse avec l'unité correcte.

Type de question Calcul à justifier dans un problème de géométrie dans l'espace, parfois avec une question sur le patron ou sur une quantité de matériau.

Exemple type Une cuve cylindrique ouverte sur le dessus a un diamètre de 14 cm et une hauteur de 20 cm. Calcule l'aire intérieure à recouvrir.

Alerte piège Employer l'aire totale alors que le cylindre est ouvert, ou oublier de diviser le diamètre par 2 pour obtenir le rayon.

LA LEÇON

Identifier les surfaces du cylindre

Un cylindre de révolution est un solide obtenu lorsqu'un rectangle tourne autour de l'un de ses côtés. Il possède deux bases parallèles et superposables. Chaque base est un disque : sa frontière est un cercle, tandis que le disque comprend toute la surface intérieure de ce cercle. La distance entre les deux bases est la hauteur du cylindre, notée souvent h . Le rayon d'une base est noté r . Si l'énoncé donne le diamètre d , tu dois d'abord trouver le rayon : $r = d \div 2$. Ne confonds pas rayon et diamètre : le diamètre mesure deux rayons. Entre les deux bases se trouve la surface latérale. Quand tu déroules cette surface sans la déformer, tu obtiens un rectangle. Sa hauteur est exactement celle du cylindre. Sa longueur correspond exactement au tour de la base, donc au périmètre du cercle de base. C'est cette idée de patron qui commande toutes les formules. Avant tout calcul, demande-toi ce que l'on veut recouvrir : uniquement le côté du cylindre, ou le côté et les deux disques ? Un emballage qui entoure une boîte sans fermer le dessus ni le dessous utilise seulement l'aire latérale. Une peinture qui couvre entièrement un cylindre fermé utilise l'aire totale. Dans un problème concret, les mots « étiquette », « bande », « surface extérieure », « sans les bases » ou « avec les deux couvercles » t'indiquent la surface à calculer. Coach Vince te demande ce premier réflexe : nomme la zone à mesurer avant de choisir une formule.

Les aires à connaître

Surface recherchée	Formule	Justification
Une base, qui est un disque	Aire d'une base = $\pi \times r^2$	La base est un disque de rayon r .
Les deux bases	Aire des deux bases = $2 \times \pi \times r^2$	Le cylindre possède exactement deux disques identiques.
La surface latérale	Aire latérale = $2 \times \pi \times r \times h$	Le patron latéral est un rectangle de longueur $2 \times \pi \times r$ et de hauteur h .
Toute la surface extérieure	Aire totale = $2 \times \pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$	On additionne les deux bases et la surface latérale.

Ton plan de calcul, sans raccourci dangereux

- Lis l'unité des longueurs. Si le rayon est en cm et la hauteur en m, convertis d'abord l'une des mesures : une aire ne s'additionne que dans une même unité d'aire.
- Repère si l'énoncé donne un rayon ou un diamètre. Si $d = 10$ cm, alors $r = 10 \div 2 = 5$ cm. Tu ne peux utiliser 10 directement dans une formule contenant r .
- Choisis la formule selon la zone demandée. Pour une étiquette, utilise l'aire latérale. Pour recouvrir complètement le solide, utilise l'aire totale.
- Écris le calcul avec les valeurs et les unités. Par exemple, pour $r = 3$ cm et $h = 8$ cm : aire latérale = $2 \times \pi \times 3 \times 8 = 48\pi$ cm².
- Donne une valeur exacte quand elle est demandée ou utile : 48π cm². Si une valeur approchée est attendue, calcule ensuite : 48π cm² $\approx$ 150,8 cm². Le symbole $\approx$ est indispensable car π n'est pas égal à 3,14.
- Arrondis seulement à la fin et suis la consigne. Si aucun arrondi n'est précisé, une valeur exacte avec π est souvent la réponse la plus rigoureuse.
- Vérifie l'unité finale : une aire s'exprime en cm², m² ou une autre unité au carré. Une réponse en cm est une longueur, donc elle ne convient pas.

Ne mélange pas aire, périmètre et volume

Le périmètre du cercle de base vaut $2 \times \pi \times r$: c'est une longueur, exprimée en cm par exemple. Il intervient dans l'aire latérale parce qu'il devient la longueur du rectangle du patron. L'aire du disque vaut $\pi \times r^2$: elle s'exprime en cm². Le volume du cylindre vaut $\pi \times r^2 \times h$: il s'exprime en cm³. Cette dernière formule ne sert jamais à calculer une surface. Regarde les unités pour contrôler ton résultat : cm signifie une longueur, cm² une surface, cm³ un volume. Autre erreur classique : écrire $\pi \times d \times h$ pour l'aire latérale alors que la formule annoncée utilise r . Cette expression peut être correcte seulement si tu as justifié que $d = 2 \times r$, donc que $\pi \times d \times h = 2 \times \pi \times r \times h$. Au brevet, la rédaction la plus sûre consiste à passer par le rayon et la formule habituelle.

Comprendre le patron pour mieux raisonner

Imagine que tu coupes le cylindre suivant une génératrice, c'est-à-dire un segment vertical de sa surface latérale, puis que tu déroules cette surface. Tu obtiens un rectangle. Ses deux côtés horizontaux mesurent le périmètre d'un cercle de base : $2 \times \pi \times r$. Ses deux côtés verticaux mesurent h . L'aire de ce rectangle est donc $2 \times \pi \times r \times h$. Cette démonstration est valable pour un cylindre de révolution droit : ses génératrices sont perpendiculaires aux bases et la surface latérale se déroule en rectangle. Pour un objet qui ressemble vaguement à un cylindre mais dont les bases ne sont pas des disques identiques, ces formules ne s'appliquent pas automatiquement. En géométrie, une formule dépend toujours de la figure décrite. Si le cylindre est ouvert en haut, son aire extérieure est l'aire latérale plus une seule base : $2 \times \pi \times r \times h + \pi \times r^2$. S'il est ouvert aux deux extrémités, il ne reste que l'aire latérale. Si une base est collée contre un support et ne doit pas être peinte, tu ne l'ajoutes pas. Lis donc les conditions matérielles comme des données géométriques. Pour contrôler l'ordre de grandeur, compare les parties : avec un petit rayon et une grande hauteur, l'aire latérale peut être beaucoup plus grande que l'aire des bases. Avec une hauteur très faible et un grand rayon, les deux bases peuvent dominer. Ce contrôle ne remplace

pas le calcul, mais il permet de repérer un oubli. Termine ta finale de calcul par une phrase réponse liée au contexte : « Il faut environ ... cm² de matière. » Une réponse isolée, sans unité ni conclusion, est incomplète.

Exemples résolus

Calculer une aire latérale

Énoncé. Un cylindre a un rayon de 4 cm et une hauteur de 9 cm. Calcule son aire latérale.

1. La surface demandée est la surface latérale, donc je n'ajoute pas les bases.
2. Aire latérale = $2 \times \pi \times r \times h$.
3. Aire latérale = $2 \times \pi \times 4 \times 9 = 72\pi \text{ cm}^2$.
4. $72\pi \text{ cm}^2 \approx 226,2 \text{ cm}^2$.

Résultat : L'aire latérale du cylindre est $72\pi \text{ cm}^2$, soit environ $226,2 \text{ cm}^2$.

Calculer une aire totale à partir d'un diamètre

Énoncé. Un cylindre fermé a un diamètre de 12 cm et une hauteur de 5 cm. Calcule son aire totale.

1. Le diamètre vaut 12 cm, donc le rayon vaut $r = 12 \div 2 = 6 \text{ cm}$.
2. Le cylindre est fermé : il faut la surface latérale et les deux bases.
3. Aire totale = $2 \times \pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$.
4. Aire totale = $2 \times \pi \times 6^2 + 2 \times \pi \times 6 \times 5$.
5. Aire totale = $72\pi + 60\pi = 132\pi \text{ cm}^2$.
6. $132\pi \text{ cm}^2 \approx 414,7 \text{ cm}^2$.

Résultat : L'aire totale du cylindre est $132\pi \text{ cm}^2$, soit environ $414,7 \text{ cm}^2$.

Un cylindre ouvert sur le dessus

Énoncé. Une boîte cylindrique sans couvercle a un rayon de 3 cm et une hauteur de 10 cm. Calcule la surface de métal nécessaire.

1. La boîte n'a pas de couvercle : il faut la surface latérale et une seule base.
2. Aire latérale = $2 \times \pi \times 3 \times 10 = 60\pi \text{ cm}^2$.
3. Aire de la base = $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$.
4. Surface de métal = $60\pi + 9\pi = 69\pi \text{ cm}^2$.

Résultat : La surface de métal nécessaire est $69\pi \text{ cm}^2$, soit environ $216,8 \text{ cm}^2$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce ta formule

Avant de remplacer les nombres, écris le nom de la surface et sa formule. Tu montres ainsi pourquoi ton calcul répond à la question.



Contrôle final

Vérifie que tu as compté le bon nombre de bases et que l'unité est au carré. Une valeur approchée doit porter le symbole $\approx$.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
-----------------	----------	----------------

Utiliser le diamètre à la place du rayon dans $\pi \times r^2$.	Le rayon est la moitié du diamètre ; l'erreur est encore amplifiée car le rayon est mis au carré.	Écris d'abord $r = d \div 2$, puis remplace r dans la formule.
Ajouter deux bases alors que le cylindre est ouvert.	La formule de l'aire totale correspond uniquement à un cylindre fermé par deux bases.	Fais la liste des surfaces réellement présentes avant de calculer.
Donner une réponse en cm^3 .	Le cm^3 correspond à un volume, alors qu'une surface s'exprime en unité au carré.	Relis l'unité finale : pour une aire, elle doit contenir ² .

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Choisir la bonne surface ★★★

Indique la surface à calculer dans chaque situation.

1. Une étiquette entoure entièrement une boîte cylindrique fermée, sans couvrir les deux bases.
2. On peint complètement un cylindre fermé.
3. On fabrique un pot cylindrique sans couvercle.

2 Le disque de base ★★★

Calcule l'aire d'une base.

1. Le rayon du disque est 5 cm.

3 Dérouler la surface latérale ★★★

Calcule l'aire latérale du cylindre.

1. $r = 2$ cm et $h = 11$ cm.

4 Passer du diamètre au rayon ★★★

Calcule l'aire totale du cylindre fermé.

1. $d = 8$ cm et $h = 7$ cm.

5 Garder les bonnes unités ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis corrige-la si nécessaire.

1. L'aire d'une base de rayon 6 cm est 36π cm.
2. L'aire latérale d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm est 24π cm².
3. Un cylindre fermé possède une seule base.

6 Un pot ouvert ★★★

Calcule la surface de carton nécessaire pour fabriquer le pot, sans prévoir de recouvrement.

Un pot cylindrique sans couvercle a un rayon de 4 cm et une hauteur de 12 cm.

7 Comparer des aires latérales ★★★

Compare les aires latérales et justifie ta réponse par un calcul.

Le cylindre A a $r = 3$ cm et $h = 10$ cm. Le cylindre B a $r = 5$ cm et $h = 6$ cm.

8 Situation de brevet ★★★

Rédige le calcul de l'aire à repeindre et donne une valeur approchée au dixième.

Un réservoir cylindrique fermé de rayon 1,5 m et de hauteur 4 m doit être repeint sur toute sa surface extérieure.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et indique les unités dans chaque réponse.

Barème : 20 points

1. Donne la formule de l'aire latérale d'un cylindre de rayon r et de hauteur h . / 2
2. Calcule l'aire d'un disque de rayon 7 cm. / 3
3. Un cylindre a $r = 3$ cm et $h = 9$ cm. Calcule son aire latérale. / 3
4. Un cylindre fermé a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 8 cm. Calcule son aire totale. / 5
5. Une boîte cylindrique sans couvercle a $r = 2$ cm et $h = 15$ cm. Calcule la surface de matière nécessaire. / 4
6. Explique pourquoi l'aire latérale d'un cylindre est égale à $2 \times \pi \times r \times h$. / 3

Quiz de révision

1. Quelle est l'aire d'une base d'un cylindre de rayon r ?

- A) $\pi \times r^2$ B) $2 \times \pi \times r$ C) $\pi \times r^2 \times h$ D) $2 \times \pi \times r \times h$

2. Quelle formule donne l'aire latérale d'un cylindre de révolution droit ?

- A) $\pi \times r^2$ B) $2 \times \pi \times r \times h$ C) $2 \times \pi \times r^2$ D) $\pi \times r^2 \times h$

3. Un cylindre a un diamètre de 14 cm. Quel est le rayon de sa base ?

- A) 28 cm B) 14 cm C) 7 cm D) 3,5 cm

4. Quelle unité convient pour une aire ?

- A) cm B) cm^2 C) cm^3 D) π cm

5. Pour un cylindre fermé, que faut-il ajouter à l'aire latérale ?

- A) Aucune base B) Une seule base C) Les aires de deux bases D) Le volume du cylindre

6. L'aire latérale d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 4 cm est :

- A) $20\pi \text{ cm}^2$ B) $40\pi \text{ cm}^2$ C) $50\pi \text{ cm}^2$ D) $100\pi \text{ cm}^2$

7. Un pot cylindrique est ouvert sur le dessus. Quelle expression donne sa surface extérieure avec un fond ?

- A) $2 \times \pi \times r \times h$ B) $\pi \times r^2$ C) $2 \times \pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$ D) $\pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$

8. Dans un résultat exact, que signifie $36\pi \text{ cm}^2$?

- A) 36 multiplié par $\pi \text{ cm}^2$ B) 36 divisé par $\pi \text{ cm}^2$ C) 36 plus $\pi \text{ cm}^2$ D) Une longueur de 36 cm

9. Quelle formule correspond au volume d'un cylindre ?

- A) $2 \times \pi \times r \times h$ B) $\pi \times r^2 \times h$ C) $2 \times \pi \times r^2$ D) $\pi \times r^2$

Guide pour les parents

Faites expliquer à voix haute quelle partie du cylindre doit être recouverte avant de regarder les calculs.

- Demandez à votre adolescent de dessiner rapidement le cylindre, puis de barrer les surfaces absentes dans le cas d'une boîte ouverte.
- Vérifiez avec lui la conversion éventuelle des unités et l'unité finale, sans donner la formule à sa place.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je toujours utiliser 3,14 pour π ?

R. Non. Garde π dans le calcul exact. Utilise une valeur approchée de π seulement si l'énoncé demande une approximation ou si la calculatrice est autorisée.

Q. Pourquoi l'aire latérale contient-elle $2 \times \pi \times r$?

R. Parce que la surface latérale déroulée est un rectangle dont la longueur est le périmètre du cercle de base.

Q. Comment savoir si je dois calculer l'aire totale ?

R. Calcule l'aire totale seulement lorsque la surface latérale et les deux bases doivent être prises en compte.

Q. Peut-on écrire $\pi \times d \times h$ pour l'aire latérale ?

R. Oui, si d désigne le diamètre, car $d = 2 \times r$. Toutefois, la formule avec le rayon reste la plus claire pour rédiger.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Choisir la bonne surface

1. Il faut calculer l'aire latérale. *L'étiquette recouvre seulement le côté du cylindre.*
2. Il faut calculer l'aire totale. *La surface latérale et les deux bases sont peintes.*
3. Il faut calculer l'aire latérale plus l'aire d'une base. *Le pot possède un fond mais pas de base supérieure.*

Exercice 2 : Le disque de base

1. $Aire = \pi \times 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2 \approx 78,5 \text{ cm}^2$. *Une base du cylindre est un disque.*

Exercice 3 : Dérouler la surface latérale

1. $Aire \text{ latérale} = 2 \times \pi \times 2 \times 11 = 44\pi \text{ cm}^2 \approx 138,2 \text{ cm}^2$. *On multiplie le périmètre de la base par la hauteur.*

Exercice 4 : Passer du diamètre au rayon

1. $r = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$. $Aire \text{ totale} = 2 \times \pi \times 4^2 + 2 \times \pi \times 4 \times 7 = 32\pi + 56\pi = 88\pi \text{ cm}^2 \approx 276,5 \text{ cm}^2$. *Le rayon doit être déterminé avant d'utiliser les formules.*

Exercice 5 : Garder les bonnes unités

1. Faux. L'aire d'une base est $36\pi \text{ cm}^2$. *Une aire s'exprime en unité au carré.*
2. Vrai, car $2 \times \pi \times 3 \times 4 = 24\pi \text{ cm}^2$. *La formule de l'aire latérale est correctement appliquée.*
3. Faux. Un cylindre fermé possède deux bases, qui sont deux disques identiques. *Les deux extrémités du cylindre sont fermées.*

Exercice 6 : Un pot ouvert

1. Le pot est ouvert : il faut son aire latérale et l'aire d'une base. $Aire \text{ latérale} = 2 \times \pi \times 4 \times 12 = 96\pi \text{ cm}^2$. $Aire \text{ de la base} = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ cm}^2$. $Surface \text{ nécessaire} = 96\pi + 16\pi = 112\pi \text{ cm}^2$, soit environ $351,9 \text{ cm}^2$. *Une rédaction complète identifie les surfaces présentes et conclut avec une unité.*

Exercice 7 : Comparer des aires latérales

1. $Aire \text{ latérale de A} = 2 \times \pi \times 3 \times 10 = 60\pi \text{ cm}^2$. $Aire \text{ latérale de B} = 2 \times \pi \times 5 \times 6 = 60\pi \text{ cm}^2$. Les deux cylindres ont donc la même aire latérale, égale à $60\pi \text{ cm}^2$. *Il faut calculer les deux aires avant de conclure.*

Exercice 8 : Situation de brevet

1. Le réservoir est fermé : on calcule son aire totale. $Aire \text{ totale} = 2 \times \pi \times 1,5^2 + 2 \times \pi \times 1,5 \times 4 = 4,5\pi + 12\pi = 16,5\pi \text{ m}^2$. Donc l'aire à repeindre est environ $51,8 \text{ m}^2$. *La réponse doit prendre en compte les deux bases et la surface latérale.*

Corrigé de l'évaluation

1. $Aire \text{ latérale} = 2 \times \pi \times r \times h$. / 2
2. $Aire = \pi \times 7^2 = 49\pi \text{ cm}^2$. / 3
3. $Aire \text{ latérale} = 2 \times \pi \times 3 \times 9 = 54\pi \text{ cm}^2$. / 3
4. $r = 10 \div 2 = 5 \text{ cm}$. $Aire \text{ totale} = 2 \times \pi \times 5^2 + 2 \times \pi \times 5 \times 8 = 50\pi + 80\pi = 130\pi \text{ cm}^2$. / 5
5. $Surface = 2 \times \pi \times 2 \times 15 + \pi \times 2^2 = 60\pi + 4\pi = 64\pi \text{ cm}^2$. / 4
6. En déroulant la surface latérale d'un cylindre de révolution droit, on obtient un rectangle. Sa longueur est le périmètre de la base, soit $2 \times \pi \times r$, et sa hauteur est h . Son aire est donc $2 \times \pi \times r \times h$. / 3

Réponses du quiz

1. **A) $\pi \times r^2$** . *Une base est un disque de rayon r .*
2. **B) $2 \times \pi \times r \times h$** . *L'aire latérale est l'aire du rectangle obtenu en déroulant le côté du cylindre.*
3. **C) 7 cm**. *Le rayon est égal au diamètre divisé par 2.*
4. **B) cm^2** . *Une aire est une surface, donc son unité est au carré.*
5. **C) Les aires de deux bases**. *Un cylindre fermé possède deux disques de base.*
6. **B) $40\pi \text{ cm}^2$** . $2 \times \pi \times 5 \times 4 = 40\pi \text{ cm}^2$.
7. **D) $\pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$** . *Il faut une base et la surface latérale.*
8. **A) 36 multiplié par $\pi \text{ cm}^2$** . *Le symbole π reste dans la valeur exacte de l'aire.*
9. **B) $\pi \times r^2 \times h$** . *Le volume est l'aire de la base multipliée par la hauteur.*

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « geometrie » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/geometrie/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/geometrie/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)