

Le QG 3e

Sujet et corrigé du brevet de mathématiques 2022

Corrigé détaillé, à imprimer

Page du corrigé : <https://exercices-3eme.fr/annales-brevet/maths-2022/>Sujet officiel (Éduscol, ministère de l'Éducation nationale) : <https://eduscol.education.gouv.fr/sites/default/files/document/dnb22genmatmeagpdf-96468.pdf>

Le sujet appartient au ministère de l'Éducation nationale ; ce document en reprend les consignes et de courtes citations pour les corriger.

Voici le sujet de mathématiques du brevet 2022, série générale, avec son énoncé et son corrigé détaillé exercice par exercice. Cinq exercices : géométrie au bord d'une rivière, QCM, cartes à partager, aires et Scratch, fuite d'eau. Chaque question est reprise avec la méthode et le calcul.

Le sujet de 2022 en bref

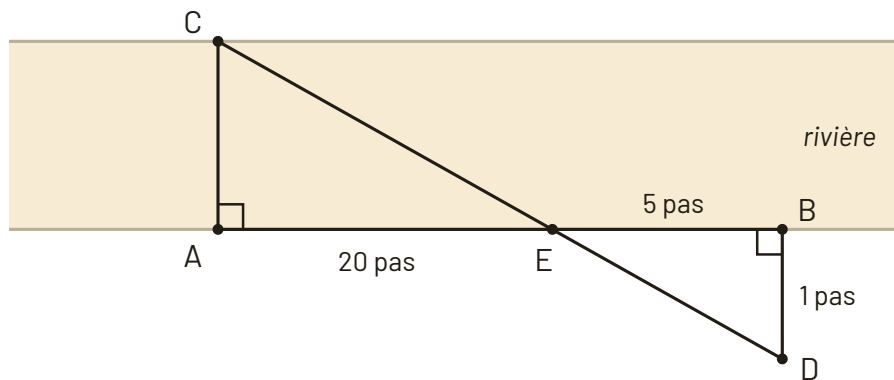
Le sujet de mathématiques de la série générale, session 2022 (sujet de France métropolitaine, Antilles et Guyane, code 22GENMATMEAG1), dure 2 h 00 et est noté sur 100 points : cinq exercices de 20 points chacun. La calculatrice est autorisée, le dictionnaire est interdit. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire, et une recherche qui n'aboutit pas est prise en compte dans la notation.

Un sujet de l'ancienne formule. En 2022, l'épreuve se composait de cinq exercices notés sur 100 points, avec la calculatrice du début à la fin. Depuis la session 2026, elle dure toujours 2 h 00 mais elle s'ouvre par des automatismes sans calculatrice (6 points, 20 minutes), suivis de 14 points de raisonnement et de résolution de problèmes en 1 h 40 : la nouvelle formule se travaille sur [le sujet de maths du brevet 2026 et son corrigé](#). Les exercices de 2022 restent un entraînement utile pour cette seconde partie.

L'énoncé reproduit ci-dessous suit le document publié par le ministère de l'Éducation nationale sur Éduscol : [sujet officiel de mathématiques du brevet 2022 \(PDF\)](#). Chaque exercice est suivi de son corrigé : cache-le, cherche, puis compare.

Exercice 1 : la largeur d'une rivière, Thalès et vitesse (20 points)

Une famille se promène au bord d'une rivière. Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière. Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)



1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
 2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.
- Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un pas à 65 cm.
3. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.
 4. L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C.
 - a. Calculer la vitesse du bâton en m/s.
 - b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h » ?

Corrigé de l'exercice 1

- 1. Sur le schéma, les deux angles droits codés indiquent que (AC) est perpendiculaire à (AB) en A et que (BD) est perpendiculaire à (AB) en B. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles. Donc **les droites (AC) et (BD) sont parallèles**.
- 2. Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E, et les droites (AC) et (BD) sont parallèles d'après la question 1. D'après le théorème de Thalès, $EA \div EB = EC \div ED = AC \div BD$. Avec les longueurs du schéma, $20 \div 5 = AC \div 1$, donc $AC = 20 \times 1 \div 5 = 4$. La rivière a une largeur de **4 pas**.
- 3. Convertis d'abord les longueurs en mètres : $AC = 4 \times 65 = 260 \text{ cm} = 2,6 \text{ m}$ et $AE = 20 \times 65 = 1\,300 \text{ cm} = 13 \text{ m}$. Le triangle ACE est rectangle en A, donc le théorème de Pythagore donne $CE^2 = AC^2 + AE^2 = 2,6^2 + 13^2 = 6,76 + 169 = 175,76$. Donc $CE = \sqrt{175,76} \approx 13,26 \text{ m}$, soit **13,3 m** en arrondissant au décimètre près. Autre chemin : calculer CE en pas ($\sqrt{416}$, environ 20,4 pas), puis multiplier par 0,65 m.
- 4. a. Pour calculer une vitesse moyenne, tu divises la distance parcourue par la durée du trajet : $v = d \div t$. Le bâton parcourt la distance $CE = 13,3 \text{ m}$ en 5 s, donc $v = 13,3 \div 5 = 2,66$. La vitesse du bâton est de **2,66 m/s**.
- 4. b. Il faut convertir la vitesse en km/h pour la comparer à 10 km/h. En 1 heure, soit 3 600 s, le bâton parcourrait $2,66 \times 3\,600 = 9\,576 \text{ m}$, c'est-à-dire 9,576 km : sa vitesse est donc d'environ 9,6 km/h. Comme 9,6 est inférieur à 10, **l'affirmation est vraie**. Tu peux aussi multiplier directement la vitesse en m/s par 3,6 pour l'obtenir en km/h : $2,66 \times 3,6 = 9,576$.

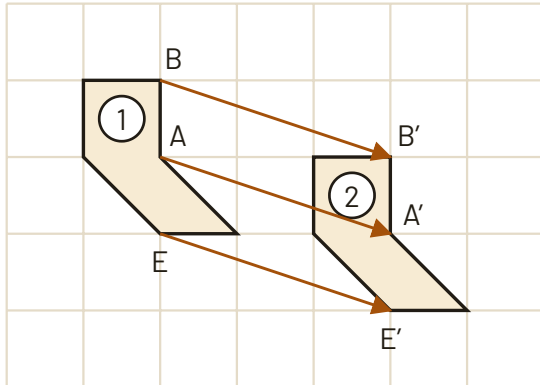
Exercice 2 : un QCM en cinq questions (20 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la

copie le numéro de la question et la réponse.

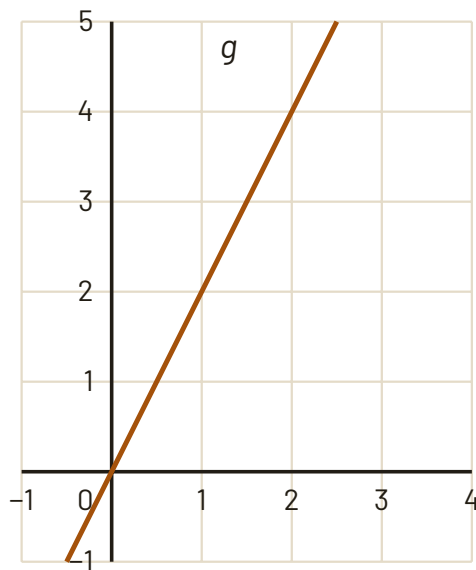
Question 1. On considère les deux figures suivantes. Par quelle transformation la figure 2 est-elle l'image de la figure 1 ?

A. Une translation B. Une homothétie C. Une symétrie axiale



Question 2. On considère la représentation graphique de la fonction g suivante. Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g ?

A. 2 B. 1 C. 4



Question 3. Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto 3x^2 - 7$. Quelle affirmation est correcte ?

A. 29 est l'image de 2 par la fonction f . B. $f(3) = 20$ C. f est une fonction affine.

Question 4. On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe.

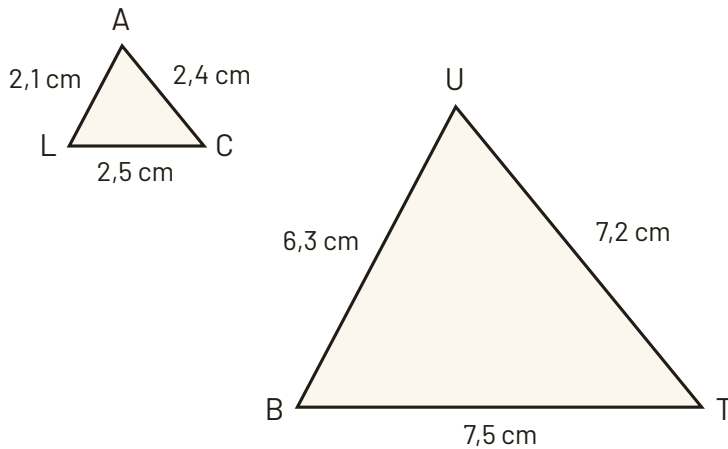
3,41 m ; 5,25 m ; 5,42 m ; 4,3 m ; 6,11 m ; 4,28 m ; 5,15 m ; 3,7 m ; 6,07 m ; 5,82 m ; 4,62 m ; 4,91 m ; 4,01 m

Quelle est la médiane de cette série de valeurs ?

A. 7 B. 4,91 C. 5,15

Question 5. On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables. Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle LAC pour obtenir l'aire du triangle BUT ?

A. 3 B. 6 C. 9



Corrigé de l'exercice 2

- **Question 1.** La figure 2 a la même taille et la même orientation que la figure 1 : elle a seulement glissé de 3 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le bas, comme le montrent les trois flèches parallèles et de même longueur. C'est donc **une translation** (réponse A). Une homothétie aurait changé la taille de la figure ou lui aurait fait faire un demi-tour, et une symétrie axiale l'aurait retournée.
- **Question 2.** L'antécédent de 2 est le nombre dont l'image par g vaut 2 : tu pars de 2 sur l'axe des ordonnées et tu lis l'abscisse du point de la droite situé à cette hauteur. La droite passe par le point $(1 ; 2)$, donc $g(1) = 2$ et l'antécédent de 2 est **1** (réponse B). Les réponses A et C sont fausses : $g(2) = 4$, donc 2 a pour image 4 et non 2, et 4 est l'image de 2, pas son antécédent.
- **Question 3.** Calcule l'image de 3 : $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$, donc la réponse **B** est exacte. La réponse A est fausse, car $f(2) = 3 \times 2^2 - 7 = 12 - 7 = 5$ et non 29. La réponse C est fausse aussi : à cause du terme en x^2 , f n'est pas de la forme $ax + b$, ce n'est donc pas une fonction affine.
- **Question 4.** Range les 13 valeurs dans l'ordre croissant : 3,41 ; 3,7 ; 4,01 ; 4,28 ; 4,3 ; 4,62 ; 4,91 ; 5,15 ; 5,25 ; 5,42 ; 5,82 ; 6,07 ; 6,11. L'effectif étant impair, la médiane de la série est la valeur du milieu, la 7^e, avec 6 valeurs avant elle et 6 après : c'est **4,91** (réponse B). La réponse A donne le rang de la médiane au lieu de sa valeur, et la réponse C donne la 7^e valeur de la liste non rangée.
- **Question 5.** Compare les côtés qui se correspondent : $6,3 \div 2,1 = 3$; $7,2 \div 2,4 = 3$; $7,5 \div 2,5 = 3$, donc le triangle BUT est un agrandissement du triangle LAC de rapport 3. Dans un agrandissement de rapport k , les aires sont multipliées par k^2 , donc ici par $3^2 = 9$ (réponse C). La réponse A donne le rapport des longueurs et non celui des aires, et la réponse B double le rapport au lieu de l'élever au carré.

Exercice 3 : arithmétique et probabilités (20 points)

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1. a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

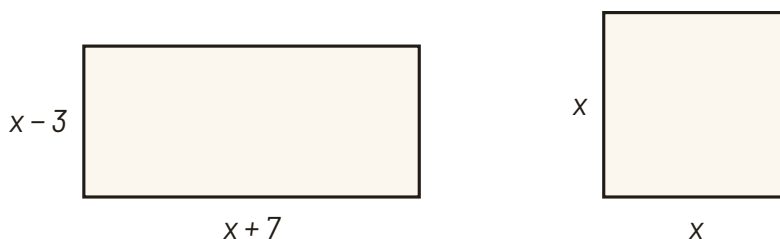
- b.** Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
- 2.** Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est à dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.
- a.** Peut-elle faire 36 paquets ?
- b.** Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?
- c.** Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?
- 3.** Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher. Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

Corrigé de l'exercice 3

- **1. a.** Une décomposition en produit de facteurs premiers ne contient que des nombres premiers. Les trois produits valent bien 252, mais 9 n'est pas premier ($9 = 3 \times 3$, proposition 1) et 21 non plus ($21 = 3 \times 7$, proposition 2). La bonne réponse est donc la **proposition 3** : $2^2 \times 3^2 \times 7 = 4 \times 9 \times 7 = 252$, avec 2, 3 et 7 qui sont premiers.
- **1. b.** Divise 156 par les nombres premiers en commençant par le plus petit : $156 = 2 \times 78$, puis $78 = 2 \times 39$, puis $39 = 3 \times 13$, et 13 est premier. Donc **$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$** .
- **2. a.** Pour faire 36 paquets identiques en utilisant toutes les cartes, il faut que 36 divise à la fois 252 et 156. Or $252 \div 36 = 7$, mais $156 = 36 \times 4 + 12$: la division de 156 par 36 ne tombe pas juste, il resterait 12 cartes « terre ». Donc **non**, elle ne peut pas faire 36 paquets.
- **2. b.** Le nombre de paquets doit diviser à la fois 252 et 156 : le maximum cherché est donc leur plus grand diviseur commun (PGCD). Avec les décompositions $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ et $156 = 2^2 \times 3 \times 13$, tu gardes les facteurs communs : $2^2 \times 3 = 12$. Elle peut réaliser au maximum **12 paquets**. Autre méthode : écrire la liste des diviseurs de chaque nombre et repérer le plus grand qui figure dans les deux listes.
- **2. c.** Chaque type de cartes est partagé en 12 paquets égaux : $252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$. Chaque paquet contient donc **21 cartes « feu » et 13 cartes « terre »**.
- **3.** La carte est choisie au hasard et les cartes sont indiscernables au toucher : chaque carte a la même chance d'être tirée, donc la probabilité est le nombre de cas favorables divisé par le nombre total de cas. Il y a $252 + 156 = 408$ cartes en tout, dont 156 de type « terre ». La probabilité cherchée est donc $156 \div 408$, soit, en simplifiant la fraction par 12, **13 sur 34** (environ 0,38).

Exercice 4 : calcul littéral et programme Scratch (20 points)

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3. On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous : un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x - 3$ et $x + 7$; un carré de côté x .



1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous. Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4 + x$	x^2	$2x$
------	---------	-------	------

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à : $x^2 + 4x - 21$.

3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3). Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.

- 1 quand la touche [espace] est pressée
 - 2 demander « Combien vaut x ? » et attendre
 - 3 mettre x à réponse
 - 4 mettre R à $x * x$
 - 5 ajouter ([case vide] * x) à R
 - 6 ajouter [case vide] à R
 - 7 dire regrouper « L'aire du rectangle est » et [case vide] pendant 2 secondes
4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?
5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ? Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Corrigé de l'exercice 4

- 1. L'aire d'un carré est égale à son côté multiplié par lui-même, soit ici $x \times x = x^2$. Ne confonds pas avec $4x$, qui est le périmètre du carré.
- 2. L'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur, soit ici $(x - 3) \times (x + 7)$. Il reste à développer cette expression par double distributivité : $(x - 3)(x + 7) = x \times x + x \times 7 - 3 \times x - 3 \times 7 = x^2 + 7x - 3x - 21$. Comme $7x - 3x = 4x$, l'aire du rectangle est bien égale à **$x^2 + 4x - 21$** .
- 3. Le script construit l'expression $x^2 + 4x - 21$ terme après terme dans la variable R, qui contient déjà $x \times x$, soit x^2 , après la ligne 4. La ligne 5 doit ajouter $4x$, donc sa case vide contient **4**. La ligne 6 doit ajouter le dernier terme, donc sa case contient **-21** (ajouter -21 revient à soustraire 21). La ligne 7 annonce le résultat, donc sa case contient la variable **R**.
- 4. Suis le script avec $x = 8$: la ligne 4 met R à $8 \times 8 = 64$, la ligne 5 ajoute $4 \times 8 = 32$, ce qui donne 96, et la ligne 6 ajoute -21, ce qui donne $96 - 21 = 75$. Le programme dit donc pendant 2 secondes « L'aire du rectangle est » suivi de **75**. Tu peux vérifier avec les dimensions du rectangle : $(8 - 3) \times (8 + 7) = 5 \times 15 = 75$.
- 5. Les deux aires sont égales quand $x^2 + 4x - 21 = x^2$. En retirant x^2 à chaque membre, il reste $4x - 21 = 0$, soit $4x = 21$, donc $x = 21 \div 4 = 5,25$. Ce nombre est bien strictement supérieur à 3 : il faut choisir **$x = 5,25$** .
Vérification : le carré a pour aire $5,25^2 = 27,5625$ et le rectangle $2,25 \times 12,25 = 27,5625$. Sans équation, des essais mettent sur la voie : pour $x = 5$ le rectangle a une aire de 24 contre 25 pour le carré, pour $x = 6$ il a une aire de 39 contre 36, donc la solution est entre 5 et 6.

Exercice 5 : volume d'un cylindre et pourcentage (20 points)

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau. On considère la situation suivante : une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique (le sujet en montre une photographie, posée sur un plan de toilette sous un robinet). Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde. En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).

Caractéristiques de la vasque : diamètre intérieur : 40 cm ; hauteur intérieure : 15 cm ; masse : 25 kg.

Rappels : volume du cylindre = $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$; $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$.

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.
3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.
4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque ? Justifier la réponse.
5. À la fin du XIX^e siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004. En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant. Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

Corrigé de l'exercice 5

- 1. Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde : il tombe donc autant de gouttes qu'il y a de secondes dans une journée. Une journée dure 24 h, une heure 60 min et une minute 60 s, donc $24 \times 60 \times 60 = 1\,440 \times 60 = 86\,400$ s. Il tombe bien **86 400 gouttes** dans la vasque en une journée complète.
- 2. Une semaine compte 7 jours, donc il tombe $7 \times 86\,400 = 604\,800$ gouttes. Comme 20 gouttes correspondent à 1 ml, cela représente $604\,800 \div 20 = 30\,240$ ml. Or 1 litre = 1 000 ml, donc $30\,240 \div 1\,000 = 30,24$. Il tombe **30,24 litres** d'eau dans la vasque en une semaine.
- 3. Comme $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$, convertis les dimensions en décimètres : le rayon vaut $40 \div 2 = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$ et la hauteur $15 \text{ cm} = 1,5 \text{ dm}$. La formule du volume du cylindre donne $V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} = \pi \times 2^2 \times 1,5 = 6\pi \text{ dm}^3$. À la calculatrice, $6\pi \approx 18,8496 \text{ dm}^3$, soit **18,85 litres** en arrondissant au centilitre près (deux chiffres après la virgule). Autre chemin : calculer en cm^3 ($\pi \times 20^2 \times 15$, environ $18\,850 \text{ cm}^3$), puis diviser par 1 000 pour passer en dm^3 .
- 4. Compare le volume d'eau tombé en une semaine (question 2) à la contenance de la vasque (question 3). Il tombe 30,24 litres, alors que la vasque ne peut contenir que 18,85 litres, et 30,24 est supérieur à 18,85. Comme l'évacuation est fermée, **oui, l'eau va déborder**.
- 5. Un pourcentage d'évolution se calcule en divisant la variation par la valeur de départ, puis en multipliant par 100. Entre 2004 et 2018, la consommation passe de 165 à 148 litres par jour et par habitant : elle baisse de $165 - 148 = 17$ litres. Donc $17 \div 165 \times 100 \approx 10,3$. La consommation a diminué d'environ **10 %**. La donnée de la fin du XIX^e siècle ne sert pas dans ce calcul.

Comment travailler ce sujet

Mets-toi dans les conditions écrites sur le sujet : 2 h 00 pour cinq exercices de 20 points chacun, soit 100 points. La calculatrice est autorisée (mode examen actif, ou modèle sans mémoire « type collège »), le dictionnaire est interdit. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire, et une recherche inachevée est prise en compte : écris tes essais. Le temps écoulé, compare tes résultats aux réponses courtes, puis relis le corrigé détaillé des questions ratées et refais-les sans le regarder. Tu peux ensuite lire [la présentation de l'épreuve de mathématiques du brevet](#) et enchaîner avec [le sujet corrigé du brevet de maths 2024](#).