Cours sur les fonctions en 3e : exercices et méthode pour le brevet

3e | Difficulté ★★☆ | ⏱ 45 min | Objectif : Cours sur les fonctions | Tombe souvent au brevet | Éco-encre (N&B)

Prénom : ..... **Date :** .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Proportionnalité, pourcentages, fonctions linéaires et affines, statistiques, probabilités.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Une fonction associe à chaque nombre de départ un unique nombre d'arrivée : son image.
- Tu dois savoir passer d'une formule à un tableau de valeurs puis à une représentation graphique, et inversement.
- Une fonction linéaire s'écrit f(x) = ax ; une fonction affine s'écrit f(x) = ax + b.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir calculer une image, résoudre une équation pour obtenir un antécédent, lire une courbe, compléter un tableau ou interpréter une fonction dans une situation concrète.

Type de question	Calcul à justifier, lecture graphique, tableau de valeurs, analyse d'une situation et QCM d'automatismes.
Exemple type	Une entreprise facture un déplacement selon C(x) = 2,5x + 12, où x est une distance en kilomètres. Calcule C(8), puis détermine la distance correspondant à un coût de 27 euros.
Alerte piège	Inverser l'abscisse et l'ordonnée sur un graphique, ou oublier que le terme b d'une fonction affine représente une valeur initiale.

LA LEÇON

Comprendre la machine fonction

Une fonction est une règle qui associe à chaque nombre x choisi au départ un unique nombre obtenu à l'arrivée. On note souvent cette fonction f, g ou h. L'écriture f(x) se lit « f de x » et désigne l'image de x par la fonction f. Attention : f(x) n'est pas un produit entre f et x. Si f(x) = 3x − 2, alors f(4) = 3 × 4 − 2 = 10. Le nombre 10 est l'image de 4. On peut aussi dire que 4 est un antécédent de 10 par f. Ces deux mots ne jouent pas le même rôle : pour chercher une image, tu connais le nombre de départ ; pour chercher un antécédent, tu connais le résultat. Une fonction peut être présentée par une phrase, un programme de calcul, une formule, un tableau de valeurs ou une courbe. Ces écritures décrivent la même relation, à condition qu'elles donnent les mêmes associations. Dans un tableau, la ligne des x contient les nombres de départ et la ligne de f(x) contient leurs images. Sur un graphique, x se lit sur l'axe horizontal, appelé axe des abscisses ; f(x) se lit sur l'axe vertical, appelé axe des ordonnées. Le point de coordonnées (x ; f(x)) appartient alors à la courbe représentative de f. Par exemple, si le point A(2 ; 5) est sur la courbe de f, tu peux écrire f(2) = 5. En revanche, écrire f(5) = 2 inverserait l'antécédent et l'image. Une même image peut avoir plusieurs antécédents. La fonction définie par $g(x) = x^2$ donne par exemple g(3) = 9 et g(−3) = 9 : 9 a donc deux antécédents, 3 et −3. En revanche, un même nombre de départ ne peut jamais avoir deux images

différentes. C'est la condition essentielle pour parler de fonction. Garde ce vocabulaire net : c'est le premier appui de ton raisonnement.

Calculer une image et rechercher un antécédent

Pour calculer l'image d'un nombre par une formule, remplace chaque x par ce nombre en utilisant des parenthèses, puis calcule dans l'ordre. Si $h(x) = 2x^2 - 5x + 1$, alors $h(-2) = 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 1 = 2 \times 4 + 10 + 1 = 19$. Les parenthèses sont obligatoires lorsque le nombre remplacé est négatif : sans elles, le carré ne porte pas sur le bon nombre. Pour chercher les antécédents d'un nombre k, résous l'équation $f(x) = k$. Cette méthode s'applique lorsque la fonction est donnée par une formule et que tu sais résoudre l'équation obtenue. Avec $p(x) = 4x - 7$, chercher l'antécédent de 9 revient à résoudre $4x - 7 = 9$, puis $4x = 16$, donc $x = 4$. Vérifie toujours : $p(4) = 9$. Avec une courbe, cherche d'abord la valeur demandée sur l'axe vertical, trace mentalement ou à la règle une horizontale jusqu'à la courbe, puis redescends verticalement sur l'axe horizontal. Tu lis ainsi les antécédents. Si l'horizontale coupe la courbe plusieurs fois, il y a plusieurs antécédents. Si elle ne la coupe pas, il n'y en a aucun dans la partie représentée. Ne confonds pas « résoudre $f(x) = 0$ » et « calculer $f(0)$ ». Résoudre $f(x) = 0$ revient à trouver les abscisses des points où la courbe coupe l'axe horizontal. Calculer $f(0)$ donne l'ordonnée du point de la courbe situé sur l'axe vertical.

Reconnaître les écritures et les utiliser

Présentation	Ce que tu lis	Exemple rigoureux
Formule $f(x) = 5x + 1$	Pour $x = 3$, remplace x par 3.	$f(3) = 5 \times 3 + 1 = 16$.
Tableau : x : −1 ; 0 ; 2 et q(x) : 4 ; 1 ; −5	Chaque colonne donne une association.	$q(0) = 1$ et −1 est un antécédent de 4.
Point M(−2 ; 6) sur la courbe de r	L'abscisse est le nombre de départ ; l'ordonnée est son image.	$r(-2) = 6$.
Intersection avec l'axe horizontal au point N(4 ; 0)	L'ordonnée vaut 0.	4 est une solution de $r(x) = 0$.
Droite passant par A(0 ; −3) et B(2 ; 1)	La variation verticale vaut $1 - (-3) = 4$ pour une variation horizontale de 2.	Son coefficient directeur est $4 \div 2 = 2$; son équation est $y = 2x - 3$.

Fonctions linéaires et affines : ton plan de jeu

- Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$, où a est un nombre fixe appelé coefficient de proportionnalité. Elle traduit obligatoirement une situation de proportionnalité : lorsque x est multiplié par un nombre non nul, f(x) est multipliée par ce même nombre.
- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe obligatoirement par l'origine du repère O(0 ; 0). Cette propriété est valable uniquement pour une fonction de la forme ax. Une droite qui ne passe pas par l'origine ne représente pas une fonction linéaire.
- Une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$. Le nombre a est le coefficient directeur : il indique le sens et le rythme de variation. Si a est positif, la fonction est croissante ; si a est négatif, elle est décroissante ; si $a = 0$, elle est constante.
- Le nombre b est l'ordonnée à l'origine, car $f(0) = b$. La droite représentative coupe donc l'axe vertical au point de coordonnées (0 ; b). Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine : elle correspond au cas $b = 0$.
- Pour déterminer la formule d'une fonction affine à partir de deux points distincts A(xA ; yA) et B(xB ; yB), calcule d'abord $a = (yB - yA) \div (xB - xA)$. Cette formule est utilisable seulement si $xB \neq xA$, donc si les deux points n'ont pas la même abscisse. Ensuite, remplace x et y par les coordonnées d'un des deux points dans $y = ax + b$ pour trouver b.
- Exemple : une droite passe par C(1 ; 4) et D(3 ; 10). Son coefficient directeur vaut $(10 - 4) \div (3 - 1) = 6 \div 2 = 3$. Avec le point C, $4 = 3 \times 1 + b$, donc $b = 1$. L'équation est $y = 3x + 1$. Vérification avec D : $3 \times 3 + 1 = 10$. Le calcul est cohérent.

- Pour construire la droite de $y = -2x + 3$, place d'abord le point d'ordonnée à l'origine $(0 ; 3)$. Puis utilise le coefficient directeur -2 : quand tu avances de 1 en abscisse, tu descends de 2 en ordonnée. Tu obtiens par exemple le point $(1 ; 1)$. Trace ensuite la droite passant par ces deux points.

Lire, comparer et modéliser sans te tromper

Une courbe permet de comparer des images ou des antécédents, mais une lecture graphique reste souvent approximative. Lis soigneusement l'échelle : une graduation ne vaut pas forcément 1. Si la question demande une valeur exacte et que la formule est fournie, calcule avec la formule ; n'utilise pas une lecture sur le graphique. Si la question demande une valeur approchée, indique le signe ≈. Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$, repère les deux ordonnées associées aux abscisses a et b. Si $f(a)$ est plus haut que $f(b)$, alors $f(a) > f(b)$. Une fonction est croissante sur un intervalle lorsque, dans cet intervalle, les images augmentent quand les nombres de départ augmentent. Elle est décroissante lorsque les images diminuent. Cette idée se lit de gauche à droite sur la courbe. Une courbe peut monter puis descendre : il faut alors préciser l'intervalle étudié et ne jamais annoncer qu'elle est croissante partout. Dans un problème concret, définis d'abord clairement la variable. Par exemple, si x représente une durée en heures et que $C(x)$ représente un coût en euros, la formule $C(x) = 1{,}5x + 4$ signifie un coût fixe de 4 euros, auquel s'ajoute 1,5 euro par heure. La valeur x doit respecter le contexte : une durée ne peut pas être négative. Une formule peut donc être correcte algébriquement tout en donnant une valeur sans sens dans la situation. Pour finir une réponse, formule une phrase avec les unités : « Pour 6 heures, le coût est de 13 euros. » Vérifie aussi l'ordre de grandeur. Si un coût fixe est positif et que le tarif horaire est positif, le coût doit augmenter lorsque la durée augmente. Si ton calcul produit l'inverse, reprends la série de calculs. Au brevet, une réponse lisible associe toujours la notation mathématique, le calcul et l'interprétation. C'est de la rigueur, pas du décor.

Exemples résolus

Calculer une image avec une formule

Énoncé. Soit f définie par $f(x) = -3x + 8$. Calcule $f(-4)$.

1. Je remplace x par -4 : $f(-4) = -3 \times (-4) + 8$.
2. Je calcule le produit : $-3 \times (-4) = 12$.
3. Je termine : $f(-4) = 12 + 8 = 20$.

Résultat : L'image de -4 par f est 20.

Trouver un antécédent

Énoncé. La fonction g est définie par $g(x) = 5x - 6$. Détermine l'antécédent de 24.

1. Je cherche x tel que $g(x) = 24$, donc je résous $5x - 6 = 24$.
2. J'ajoute 6 aux deux membres : $5x = 30$.
3. Je divise les deux membres par 5 : $x = 6$.
4. Je vérifie : $g(6) = 5 \times 6 - 6 = 24$.

Résultat : 6 est l'antécédent de 24 par g.

Déterminer une fonction affine

Énoncé. Une droite passe par $A(0 ; 2)$ et $B(4 ; -6)$. Détermine l'expression de la fonction affine qu'elle représente.

1. Je calcule le coefficient directeur : $a = (-6 - 2) \div (4 - 0) = -8 \div 4 = -2$.
2. Comme A a pour abscisse 0, son ordonnée donne directement b : $b = 2$.
3. Je remplace a et b dans la forme $y = ax + b$: $y = -2x + 2$.
4. Je vérifie avec B : $-2 \times 4 + 2 = -6$.

Résultat : La fonction affine est définie par $f(x) = -2x + 2$.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Calculer des images ★☆☆

Calcule chaque image.

1. $f(x) = 4x - 1$. Calcule $f(3)$. .....

2. $g(x) = x^2 + 2$. Calcule $g(-5)$. .....

2 Employer les bons mots ★☆☆

Complète chaque phrase avec « image » ou « antécédent ».

1. Si $h(7) = -2$, alors -2 est l'_____ de 7 par h. .....

2. Si $h(7) = -2$, alors 7 est un _____ de -2 par h. .....

3 Classer les fonctions ★☆☆

Indique si chaque fonction est linéaire, affine non linéaire, ou ni l'une ni l'autre.

1. $a(x) = -6x$ .....

2. $b(x) = 3x + 4$ .....

3. $c(x) = x^2 - 1$ .....

4 Remonter au nombre de départ ★★☆

Détermine l'antécédent demandé en rédigeant les étapes de résolution.

$p(x) = 7x + 2$. Détermine l'antécédent de 30.

5 Compléter un tableau ★★☆

Complète les valeurs manquantes pour la fonction f définie par $f(x) = -2x + 5$.

1. Calcule $f(-1)$. .....

2. Calcule $f(0)$. .....

3. Calcule $f(3)$. .....

6 Tester les propriétés ★★☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifie.

1. Toute fonction affine est une fonction linéaire. .....

2. La représentation graphique de la fonction $x \mapsto 5x$ passe par l'origine. .....

7 Trouver une expression affine ★★★

Détermine l'expression de la fonction affine représentée par la droite passant par les deux points donnés.

La droite passe par E(2 ; 1) et F(5 ; 10).

8 Interpréter une fonction ★★★

Réponds en justifiant par un calcul et une phrase d'interprétation.

Le coût C, en euros, d'une location est donné par $C(x) = 3x + 8$, où x est le nombre de jours. Calcule le coût pour 5 jours.

Dans la même situation, détermine le nombre de jours correspondant à un coût de 29 euros.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et donne une réponse claire à chaque question.

Barème : 20 points

1. Soit $f(x) = -4x + 9$. Calcule $f(-2)$. / 3

2. Pour la même fonction, détermine l'antécédent de 1. / 3

3. Indique la nature de $g(x) = 2x - 7$. / 2

4. Une droite passe par A(0 ; 4) et B(3 ; −2). Détermine son coefficient directeur. / 3

5. Déduis l'expression de la fonction affine représentée par cette droite. / 3

6. Résous $h(x) = 0$ et interprète le résultat graphiquement. / 3

7. Une formule $C(x) = 1{,}5x + 6$ donne un coût en euros pour x heures. Interprète le nombre 6. / 3

Les conseils de Coach Vince

Annonce l'action mathématique
Avant un calcul, écris ce que tu cherches : image, antécédent, coefficient directeur ou solution. Au brevet, cette ligne évite les confusions et rend ta démarche vérifiable.

Contrôle final
Après avoir trouvé un antécédent ou une équation de droite, remplace dans la formule pour vérifier. Une vérification courte peut repérer un signe oublié.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « fonctions » en 3e** · /mathematiques-3eme/fonctions/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/