



Effectifs cumulés croissants en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★★

⌚ 45 min

Objectif : Effectifs cumulés croissants

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Proportionnalité, pourcentages, fonctions linéaires et affines, statistiques, probabilités.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Un effectif cumulé croissant indique combien de valeurs sont inférieures ou égales à une valeur donnée.
- ▶ Tu l'obtiens en ajoutant progressivement les effectifs, de la plus petite valeur vers la plus grande.
- ▶ Pour trouver une médiane, repère dans les effectifs cumulés le premier total qui atteint ou dépasse la moitié de l'effectif total.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir compléter un tableau, interpréter un cumul, calculer un effectif complémentaire ou déterminer une médiane.

Type de question Calcul à justifier, lecture de tableau statistique et analyse d'un graphique d'effectifs cumulés croissants.

Exemple type Une série a un effectif total de 30 et l'ECC de 12 vaut 22. Détermine, en justifiant, le nombre d'individus dont la valeur est supérieure à 12.

Alerte piège Confondre « supérieure à 12 » avec « supérieure ou égale à 12 », ou oublier de retirer l'ECC à l'effectif total.

LA LEÇON

Comprendre ce que compte un effectif cumulé

Dans une série statistique, on observe un caractère sur plusieurs individus. Le caractère peut être quantitatif, par exemple un nombre de livres lus, une durée ou une taille. Les différentes valeurs possibles du caractère sont rangées dans l'ordre croissant. À chaque valeur correspond un effectif : c'est le nombre d'individus qui possèdent exactement cette valeur. L'effectif total, souvent noté N , est la somme de tous les effectifs. Un effectif cumulé croissant, ou ECC, ne compte pas seulement les individus ayant une valeur précise. Il compte tous les individus dont la valeur est inférieure ou égale à la valeur considérée. Le mot « croissant » donne le sens du calcul : tu pars de la plus petite valeur et tu ajoutes les effectifs un à un. L'ECC associé à la première valeur est donc son effectif. Ensuite, chaque nouvel ECC est égal à l'ECC précédent augmenté de l'effectif de la ligne. Comme on ajoute des nombres positifs ou nuls, les ECC ne peuvent jamais diminuer. Le dernier ECC est obligatoirement égal à l'effectif total N . C'est ton premier contrôle de cohérence. Attention à ne pas confondre l'effectif de 4, qui répond à « combien ont exactement 4 ? », et l'ECC de 4, qui répond à « combien ont 4 ou moins ? ». Ces deux nombres ont des rôles différents. Le premier décrit une catégorie exacte ; le second résume l'accumulation de toutes les

catégories jusqu'à cette valeur. Coach Vince te demande de lire soigneusement les mots « exactement », « au plus », « inférieur ou égal » et « au moins » : ils déterminent le calcul à faire.

Construire un tableau d'effectifs cumulés croissants

Nombre de livres lus	Effectif	Calcul de l'ECC	Effectif cumulé croissant
0	3	3	3
1	5	$3 + 5$	8
2	7	$8 + 7$	15
3	4	$15 + 4$	19
4	1	$19 + 1$	20

La méthode de calcul, sans saut d'étape

- Range d'abord les valeurs du caractère dans l'ordre croissant. Cette condition est indispensable : sans cet ordre, le cumul croissant n'a pas de sens.
- Calcule l'effectif total N en additionnant tous les effectifs. Dans le tableau, $N = 3 + 5 + 7 + 4 + 1 = 20$.
- Recopie l'effectif de la première valeur dans la colonne des ECC. Ici, l'ECC de 0 vaut 3.
- Pour chaque ligne suivante, ajoute l'effectif de la ligne à l'ECC précédent. Ainsi, l'ECC de 2 vaut $8 + 7 = 15$.
- Vérifie que le dernier ECC est N . Ici, 20 est bien l'effectif total : le cumul est cohérent.
- Interprète chaque résultat avec les mots justes. L'ECC de 2 égal à 15 signifie que 15 individus ont lu au plus 2 livres, donc 2 livres ou moins. Il ne signifie pas que 15 individus ont lu exactement 2 livres.

Le vocabulaire à verrouiller

Pour une valeur x , l'effectif cumulé croissant est le nombre d'individus dont la valeur est inférieure ou égale à x . Cette définition ne s'applique que si les valeurs ont été rangées dans l'ordre croissant. L'expression « au plus x » a le même sens que « inférieur ou égal à x ». À l'inverse, « exactement x » désigne l'effectif simple de x . Enfin, « plus de x » et « au moins x » ne se lisent pas directement avec un ECC : il faut utiliser l'effectif total et retirer les individus déjà comptés.

Lire des informations et calculer des effectifs complémentaires

Un tableau d'ECC permet de répondre rapidement à plusieurs questions, à condition de traduire précisément la phrase. Si l'on demande le nombre d'individus ayant une valeur inférieure ou égale à 3, tu lis directement l'ECC de 3. Dans le tableau, il vaut 19 : 19 individus ont lu au plus 3 livres. Si l'on demande le nombre d'individus ayant une valeur strictement supérieure à 2, l'ECC de 2 compte tous ceux qui ont 2 ou moins. Il faut donc faire $N - \text{ECC de } 2$. Ici, $20 - 15 = 5$: cinq individus ont lu plus de 2 livres. Pour « au moins 3 », attention au seuil : les personnes ayant 3 doivent être incluses. Tu retires alors celles ayant strictement moins de 3. Dans une série de valeurs entières, « strictement moins de 3 » signifie 2 ou moins ; tu utilises donc l'ECC de 2. Le calcul est $20 - 15 = 5$. Pour « entre 1 et 3 inclus », tu comptes les individus ayant 1, 2 ou 3. L'ECC de 3 compte ceux qui ont 3 ou moins, mais aussi ceux qui ont 0. Il faut retirer l'ECC de la valeur immédiatement inférieure à 1, ici 0. On obtient $19 - 3 = 16$. Cette soustraction fonctionne lorsque les bornes sont présentes dans une série de valeurs discrètes ordonnées. Écris toujours ce que représente chaque nombre avant de soustraire. Tu éviteras le réflexe dangereux consistant à choisir deux nombres du tableau sans savoir qui ils comptent. Une réponse statistique n'est complète que si son unité ou son groupe est annoncé : « 5 individus », et non seulement « 5 ».

Repérer une médiane grâce aux cumulés

La médiane partage une série ordonnée en deux groupes d'effectifs aussi proches que possible : environ la moitié des données est inférieure ou égale à la médiane, et environ la moitié lui est supérieure ou égale. Les ECC permettent de la localiser sans écrire toutes les valeurs une par une. Quand l'effectif total N est impair, la médiane est la valeur de rang $(N + 1) \div 2$ dans la série rangée. Quand N est pair, la méthode scolaire habituelle consiste à calculer la moyenne des valeurs de rang $N \div 2$ et $N \div 2 + 1$. Dans le tableau précédent, $N = 20$. Les rangs centraux

sont donc le 10^e et le 11^e rang. L'ECC de 1 vaut 8 : les huit premières valeurs sont 0 ou 1. L'ECC de 2 vaut 15 : les rangs du 9^e au 15^e correspondent à la valeur 2. Les valeurs de rang 10 et 11 sont donc toutes deux égales à 2. La médiane est 2. Ne confonds pas la médiane avec la moyenne : la moyenne utilise toutes les valeurs et leurs effectifs, tandis que la médiane dépend des rangs après rangement. Sur un graphique d'effectifs cumulés croissants, tu peux aussi repérer la moitié de l'effectif total sur l'axe vertical, rejoindre la courbe puis lire une valeur approchée sur l'axe horizontal. Cette lecture graphique donne parfois une approximation ; indique alors le symbole $\approx$ si la précision du graphique ne permet pas une valeur exacte. Pour une série regroupée en classes, les ECC restent utiles pour situer la classe médiane, mais ils ne donnent pas toujours une médiane exacte : tout dépend des informations disponibles dans l'énoncé.

Les contrôles qui sauvent ta copie

Un ECC ne peut jamais être négatif, ni diminuer d'une ligne à l'autre, ni dépasser l'effectif total. Le dernier ECC doit être égal à N. Pour chercher une médiane, n'utilise les rangs centraux qu'après avoir vérifié que les valeurs sont rangées. Si tu réponds à une question contenant « plus de », retire un ECC à l'effectif total ; si elle contient « entre », identifie d'abord exactement les valeurs incluses et exclues.

Passer d'un tableau à un graphique cumulé

Un graphique d'effectifs cumulés croissants représente les valeurs du caractère sur l'axe horizontal et les ECC sur l'axe vertical. Chaque point placé a pour coordonnées une valeur et l'ECC correspondant. Dans le tableau, tu placerais par exemple le point de coordonnées (2 ; 15). Les points sont ensuite reliés si l'énoncé demande une courbe cumulative. Avant toute lecture, observe l'échelle des deux axes : une graduation peut représenter plusieurs unités. Pour déterminer combien d'individus ont une valeur inférieure ou égale à une valeur donnée, pars de cette valeur sur l'axe horizontal, monte jusqu'à la courbe, puis va vers l'axe vertical. Pour estimer une médiane, pars de la moitié de N sur l'axe vertical, va horizontalement jusqu'à la courbe, puis redescends vers l'axe horizontal. Tu dois employer le mot « environ » si la lecture se situe entre deux graduations ou si le tracé ne permet pas une lecture certaine. Un graphique cumulé n'est pas un diagramme en bâtons : sa hauteur représente un total accumulé. La courbe monte ou reste horizontale ; elle ne descend jamais. Si elle descend, il y a une erreur de calcul, de placement ou de lecture. Garde ce réflexe pour la finale : vérifie l'ordre des valeurs, le dernier cumul et le sens de chaque question avant de calculer.

Exemples résolus

Calculer les effectifs cumulés croissants

Énoncé. Le nombre de séances de révision réalisées est 0, 1, 2 ou 3. Les effectifs correspondants sont 2, 6, 5 et 3. Complète la colonne des effectifs cumulés croissants.

1. L'effectif total vaut $N = 2 + 6 + 5 + 3 = 16$.
2. Pour la valeur 0, l'ECC vaut 2.
3. Pour la valeur 1, l'ECC vaut $2 + 6 = 8$.
4. Pour la valeur 2, l'ECC vaut $8 + 5 = 13$.
5. Pour la valeur 3, l'ECC vaut $13 + 3 = 16$.
6. Le dernier ECC est 16, égal à N : le tableau est cohérent.

Résultat : Les ECC sont 2, 8, 13 et 16.

Répondre à une question avec un cumul

Énoncé. Dans une série d'effectif total 25, l'ECC de la valeur 4 est 18. Détermine le nombre d'individus ayant une valeur strictement supérieure à 4.

1. L'ECC de 4 égal à 18 compte les individus dont la valeur est inférieure ou égale à 4.
2. Les individus ayant une valeur strictement supérieure à 4 ne sont pas inclus dans ces 18 individus.

3. On retire donc cet ECC à l'effectif total : $25 - 18 = 7$.

Résultat : 7 individus ont une valeur strictement supérieure à 4.

Trouver une médiane dans un tableau

Énoncé. Une série ordonnée a pour valeurs 1, 2, 3 et 4, avec des ECC égaux à 4, 9, 14 et 18. Détermine la médiane.

1. L'effectif total est le dernier ECC : $N = 18$.
2. Comme N est pair, on cherche les valeurs de rang $18 \div 2 = 9$ et $9 + 1 = 10$.
3. L'ECC de 2 vaut 9 : la valeur de rang 9 est 2.
4. L'ECC de 3 vaut 14, alors que l'ECC de 2 vaut 9 : les rangs de 10 à 14 correspondent à la valeur 3.
5. La médiane est la moyenne des deux valeurs centrales : $(2 + 3) \div 2 = 2,5$.

Résultat : La médiane est 2,5.

Les conseils de Coach Vince



Annonce le sens du nombre

Avant un calcul, écris ce que compte l'ECC utilisé. Au brevet, une soustraction justifiée vaut mieux qu'un résultat posé sans explication.



Fais le contrôle final

Compare systématiquement le dernier ECC à l'effectif total. Si les deux nombres diffèrent, reprends ton addition avant de continuer.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Additionner les ECC entre eux.	Chaque ECC contient déjà les effectifs des lignes précédentes ; les additionner compte plusieurs fois les mêmes individus.	Pour obtenir le nouvel ECC, ajoute seulement l'effectif de la ligne à l'ECC précédent.
Lire l'ECC de 3 comme l'effectif exact de 3.	L'ECC de 3 regroupe toutes les valeurs inférieures ou égales à 3.	Cherche le mot de la question : « exactement » impose l'effectif simple, « au plus » impose l'ECC.
Utiliser $N - \text{ECC de 3}$ pour répondre à « au moins 3 ».	Ce calcul compte seulement les valeurs strictement supérieures à 3 et oublie celles égales à 3.	Pour « au moins 3 », retire de N les valeurs strictement inférieures à 3.
Donner le dernier ECC sans vérifier l'effectif total.	Une erreur d'addition peut passer inaperçue si aucun contrôle n'est fait.	Calcule N séparément et vérifie que le dernier ECC lui est égal.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Calcul direct ★★★

Calcule les effectifs cumulés croissants.

1. Les effectifs associés aux valeurs 1, 2, 3 et 4 sont 4, 3, 6 et 2.

2 Effectif ou cumul ? ★★★

Choisis le nombre adapté à chaque question.

1. Pour la valeur 5, l'effectif est 7 et l'ECC est 19. Combien d'individus ont exactement 5 ?
2. Pour la valeur 5, l'effectif est 7 et l'ECC est 19. Combien d'individus ont au plus 5 ?

3 Vrai ou faux ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Un effectif cumulé croissant peut diminuer d'une ligne à l'autre.
2. Le dernier ECC est égal à l'effectif total.
3. L'ECC de 8 compte les individus ayant exactement 8.

4 Tableau à compléter ★★★

Complète les effectifs cumulés croissants puis calcule l'effectif total.

1. Pour les valeurs 0, 1, 2, 3 et 4, les effectifs sont 1, 4, 8, 5 et 2.

5 Au-delà d'un seuil ★★★

Calcule et rédige une réponse.

L'effectif total est 28 et l'ECC de 6 est 21. Combien d'individus ont une valeur strictement supérieure à 6 ?

6 Entre deux valeurs ★★★

Détermine l'effectif demandé.

1. Les ECC des valeurs 0, 1, 2, 3 et 4 sont 2, 6, 11, 17 et 20. Combien d'individus ont une valeur comprise entre 2 et 4 inclus ?

7 Rangs centraux ★★★

Détermine la médiane en justifiant.

Les valeurs 2, 3, 4 et 5 ont pour ECC 5, 12, 16 et 18.

8 Diagnostic de tableau ★★★

Analyse le tableau et justifie ta réponse.

Pour des valeurs rangées dans l'ordre croissant, les ECC annoncés sont 4, 9, 8 et 15. Le tableau peut-il être correct ?

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et vérifie la cohérence de tes résultats.

Barème : 20 points

1. Les effectifs associés aux valeurs 0, 1, 2 et 3 sont 3, 5, 4 et 6. Calcule les ECC. / 4
2. Indique l'effectif total de la série précédente. / 2
3. Dans cette série, combien d'individus ont une valeur supérieure à 1 ? Justifie. / 4
4. Dans cette série, combien d'individus ont une valeur comprise entre 1 et 2 inclus ? / 3
5. Les ECC d'une autre série sont 2, 7, 13, 17 et 21. Quel est l'effectif total ? / 2
6. Une série d'effectif total 21 a pour valeurs 1, 2, 3 et 4 des ECC égaux à 4, 11, 18 et 21. Détermine la médiane en justifiant. / 5

Quiz de révision

1. Que représente l'ECC de la valeur 7 ?

- A) Le nombre d'individus ayant exactement 7
B) Le nombre d'individus ayant une valeur inférieure ou égale à 7
C) Le nombre d'individus ayant une valeur supérieure à 7 D) La somme des valeurs égales à 7

2. Quel nombre doit être égal au dernier ECC ?

- A) La plus petite valeur B) La médiane C) L'effectif total D) Le premier effectif

3. Les effectifs sont 5, 2 et 6. Quel est le deuxième ECC ?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 13

4. Un effectif total vaut 24 et l'ECC de 9 vaut 17. Combien d'individus ont une valeur supérieure à 9 ?

- A) 7 B) 8 C) 17 D) 33

5. Quel mot conduit directement à lire un ECC ?

- A) Exactement B) Au plus C) Strictement supérieur D) Différent de

6. Peut-on obtenir des ECC 3, 10, 10, 14 ?

- A) Non, car deux ECC ne peuvent jamais être égaux B) Oui, si l'effectif de la troisième valeur est nul
C) Non, car le premier ECC doit être nul D) Oui, seulement si l'effectif total vaut 10

7. Une série a un effectif total de 18. Quels sont les rangs utilisés pour déterminer sa médiane ?

- A) Les rangs 8 et 9 B) Les rangs 9 et 10 C) Les rangs 10 et 11 D) Le rang 18

8. Les ECC des valeurs 1, 2, 3 et 4 sont 4, 9, 15 et 20. Combien d'individus ont exactement la valeur 3 ?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 15

9. Quelle affirmation est correcte pour un graphique d'ECC ?

- A) La courbe doit toujours descendre B) La courbe peut descendre si une valeur est rare
C) La courbe monte ou reste horizontale D) La courbe représente seulement les effectifs exacts

Guide pour les parents

Faites expliquer à votre adolescent ce que représente chaque colonne avant de lui demander un calcul.

- Proposez un tableau court et demandez-lui de verbaliser la différence entre « exactement », « au plus » et « plus de ».
- Laissez-le effectuer les calculs, puis demandez seulement une vérification : les ECC augmentent-ils et le dernier vaut-il l'effectif total ?

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Pourquoi le dernier effectif cumulé croissant est-il égal à l'effectif total ?

R. Parce qu'à la dernière valeur, tous les individus de la série ont été comptés.

Q. Comment trouver l'effectif exact d'une valeur avec les ECC ?

R. Tu soustrais l'ECC de la valeur précédente à l'ECC de la valeur étudiée. Pour la première valeur, l'ECC est directement son effectif.

Q. Peut-on avoir deux ECC identiques à la suite ?

R. Oui, seulement si l'effectif de la valeur correspondante est nul. Le cumul reste alors stable.

Q. Les effectifs cumulés croissants peuvent-ils servir au brevet ?

R. Oui. Ils peuvent apparaître dans un tableau ou un graphique pour lire un effectif, calculer un complément ou déterminer une médiane.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Calcul direct

1. Les ECC sont 4, 7, 13 et 15. On ajoute chaque effectif au cumul précédent.

Exercice 2 : Effectif ou cumul ?

1. 7. Le mot « exactement » désigne l'effectif simple.
2. 19. « Au plus 5 » signifie inférieur ou égal à 5.

Exercice 3 : Vrai ou faux

1. Faux. On ajoute des effectifs positifs ou nuls.
2. Vrai. Tous les individus sont alors comptés.
3. Faux. Il compte les individus ayant une valeur inférieure ou égale à 8.

Exercice 4 : Tableau à compléter

1. Les ECC sont 1, 5, 13, 18 et 20. L'effectif total est 20. Le dernier ECC confirme l'effectif total.

Exercice 5 : Au-delà d'un seuil

1. L'ECC de 6 égal à 21 compte les individus ayant une valeur inférieure ou égale à 6. Donc le nombre d'individus ayant une valeur strictement supérieure à 6 est $28 - 21 = 7$. La rédaction doit préciser ce que compte l'ECC.

Exercice 6 : Entre deux valeurs

1. $20 - 6 = 14$ individus. L'ECC de 4 compte les valeurs jusqu'à 4 ; on retire les valeurs inférieures à 2, donc jusqu'à 1.

Exercice 7 : Rangs centraux

1. L'effectif total est 18. Les rangs centraux sont le 9e et le 10e rang. Comme l'ECC de 2 vaut 5 et l'ECC de 3 vaut 12, les rangs de 6 à 12 correspondent à la valeur 3. Les deux valeurs centrales sont 3, donc la médiane est 3. Il faut partir du dernier ECC puis localiser les deux rangs centraux.

Exercice 8 : Diagnostic de tableau

1. Non. Dans un tableau d'effectifs cumulés croissants, chaque ECC est obtenu en ajoutant un effectif positif ou nul au précédent. Un ECC ne peut donc pas diminuer. Or on passe de 9 à 8 : le tableau est incorrect. La justification doit utiliser la propriété de croissance des cumulés.

Corrigé de l'évaluation

1. Les ECC sont 3, 8, 12 et 18. / 4
2. L'effectif total est 18. / 2
3. L'ECC de 1 vaut 8 : il compte les individus ayant une valeur inférieure ou égale à 1. Donc $18 - 8 = 10$ individus ont une valeur supérieure à 1. / 4
4. L'ECC de 2 vaut 12 et l'ECC de 0 vaut 3. Donc $12 - 3 = 9$ individus. / 3
5. L'effectif total est 21, car il est égal au dernier ECC. / 2
6. Comme l'effectif total est 21, la médiane est la valeur de rang $(21 + 1) \div 2 = 11$. L'ECC de 2 vaut 11 : la valeur de rang 11 est 2. La médiane est donc 2. / 5

Réponses du quiz

1. **B) Le nombre d'individus ayant une valeur inférieure ou égale à 7.** Un ECC compte toutes les valeurs inférieures ou égales à la valeur étudiée.
2. **C) L'effectif total.** À la dernière ligne, tous les individus ont été cumulés.
3. **C) 7.** Le deuxième ECC vaut $5 + 2 = 7$.
4. **A) 7.** On calcule $24 - 17 = 7$.
5. **B) Au plus.** « Au plus » signifie inférieur ou égal.
6. **B) Oui, si l'effectif de la troisième valeur est nul.** Un effectif nul laisse le cumul inchangé.
7. **B) Les rangs 9 et 10.** Pour un effectif pair de 18, on utilise les rangs $18 \div 2$ et $18 \div 2 + 1$.
8. **B) 6.** L'effectif de 3 vaut $15 - 9 = 6$.
9. **C) La courbe monte ou reste horizontale.** Un cumul augmente ou reste stable, car il additionne des effectifs.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « fonctions » en 3^e** · [mathematiques-3eme/fonctions/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/fonctions/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)