



Exercices de maths du brevet en 3^e : fractions, écriture scientifique et rédaction justifiée

3^e

Difficulté ★★

⌚ 45 min

Objectif : Exercices de maths du brevet

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ En plus des signes, des priorités et des puissances, tu travailles ici les fractions, l'écriture scientifique et l'arithmétique avec des entiers.
- ▶ Avant de calculer, identifie l'objet mathématique : des parenthèses, une lettre, une puissance ou un entier à décomposer t'indiquent la règle à appliquer.
- ▶ Coach Vince te demande de rédiger comme au brevet : une ligne de calcul lisible, une justification utile et une vérification finale.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer exactement, appliquer une propriété au bon moment et justifier une décomposition, une simplification ou un résultat d'arithmétique.

Type de question Calcul à justifier, QCM d'automatismes sans calculatrice, transformation littérale ou problème utilisant un PGCD.

Exemple type Écris 180 et 252 comme produits de facteurs premiers, puis détermine le plus grand nombre de sachets identiques que l'on peut préparer sans reste.

Alerte piège Appliquer une formule sans vérifier sa forme, oublier une parenthèse négative ou donner un PGCD sans expliquer son sens dans la situation.

LA LEÇON

Ton plan de jeu pour les automatismes

Les fractions font partie des automatismes du brevet, ces calculs courts qui doivent devenir sûrs, avec les nombres relatifs, les puissances, le calcul littéral, les racines carrées et l'arithmétique. Tu peux les rencontrer dans une question isolée ou au service d'un problème de géométrie, de proportionnalité ou de fonctions. Ton premier réflexe est donc d'identifier l'objet mathématique. Des parenthèses dans une expression appellent les priorités opératoires. Une lettre t'invite souvent à développer, factoriser ou réduire. Une écriture comme 2^5 relève d'une règle sur les puissances. Un entier décomposable en facteurs relève de l'arithmétique.

Ne saute jamais directement au résultat. Écris une ligne par transformation importante et conserve le signe égal uniquement entre deux expressions qui ont la même valeur. Par exemple, si $A = 7 - 3 \times 4$, tu écris $A = 7 - 12$ puis $A = -5$. Il serait faux d'écrire $A = 7 - 3 \times 4 = 4 \times 4$: l'expression 4×4 ne vaut pas -5 . La présentation est un outil de contrôle, pas une décoration.

Dans un calcul numérique, applique cet ordre : parenthèses, puissances et racines carrées, multiplications et divisions de gauche à droite, additions et soustractions de gauche à droite. Une barre de fraction joue le rôle de parenthèses : calcule entièrement le numérateur et le dénominateur avant d'effectuer la division. Si une consigne impose le calcul mental, n'écris pas de décimales inutiles. Si tu utilises une calculatrice lorsque cela est autorisé, elle vérifie ton travail mais ne choisit pas la règle à ta place.

Avant de conclure, contrôle la cohérence. Un produit de deux nombres négatifs doit être positif. Le carré d'un nombre réel ne peut pas être négatif. Une fraction simplifiée doit garder la même valeur. Cette vérification de quelques secondes évite beaucoup d'erreurs d'étourderie. Vise la régularité : une série courte, corrigée avec soin, construit davantage de réflexes qu'un long calcul bâclé.

■ Règles de signes et priorités à connaître sans hésiter

Situation	Règle valable	Exemple rédigé
Produit ou quotient de deux nombres relatifs	Même signe : résultat positif. Signes différents : résultat négatif.	$(-6) \times (-4) = 24$; $35 \div (-5) = -7$.
Addition de deux nombres de même signe	Additionne les distances à zéro et conserve le signe commun.	$(-8) + (-3) = -11$.
Addition de deux nombres de signes différents	Soustrais les distances à zéro et garde le signe du nombre le plus éloigné de zéro.	$(-12) + 5 = -7$.
Soustraction	Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.	$9 - (-6) = 9 + 6 = 15$.
Expression avec opérations	Les parenthèses sont prioritaires, puis puissances et racines, puis $\times$ et $\div$, puis $+$ et $-$.	$3 + 2 \times (7 - 5)^2 = 3 + 2 \times 4 = 11$.

■ Puissances, écriture scientifique et racines carrées

- Pour tout nombre a et tout entier positif n , a^n est le produit de n facteurs égaux à a . Ainsi, $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$. L'exposant indique le nombre de facteurs, pas le nombre de zéros à ajouter.
- Pour un même nombre non nul a , $a^m \times a^n = a^{m+n}$ et $a^m \div a^n = a^{m-n}$. Ces règles ne s'appliquent que lorsque la base est exactement la même. Par exemple, $5^3 \times 5^2 = 5^5$, mais $5^3 + 5^2$ ne vaut pas 5^5 .
- Une puissance d'un produit se traite ainsi : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$. Une puissance d'un quotient se traite ainsi : $(a \div b)^n = a^n \div b^n$, à condition que b ne soit pas nul. En revanche, $(a + b)^2$ n'est généralement pas égal à $a^2 + b^2$.
- Le signe dépend des parenthèses. $(-2)^4 = 16$ car le nombre négatif est élevé à une puissance paire. Mais $-2^4 = -16$ car seule la puissance 2^4 est calculée avant l'opposé. Lis l'écriture exactement.
- L'écriture scientifique d'un nombre positif est $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif. Ainsi, $48\,000 = 4,8 \times 10^4$ et $0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$. Déplace la virgule pour obtenir un nombre compris entre 1 et 10.
- La racine carrée $\sqrt{a}$ d'un nombre a positif ou nul est l'unique nombre positif ou nul dont le carré vaut a . Donc $\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$. Il n'existe pas de racine carrée réelle pour un nombre négatif.
- Tu peux utiliser $\sqrt{(a^2)} = |a|$ pour tout nombre réel a . Les barres $|a|$ désignent la distance à zéro. Ainsi, $\sqrt{((-5)^2)} = 5$ et non -5 . En revanche, $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ ne se sépare pas en $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$.

■ Calcul littéral : transforme seulement ce que la règle autorise

Réduire consiste à regrouper des termes semblables : ils doivent contenir exactement la même partie littérale. Ainsi, $4x - 7 + 3x + 2$ devient $7x - 5$. En revanche, $3x + 2x^2$ ne se réduit pas, car x et x^2 sont différents. Développer consiste à supprimer des parenthèses grâce à la distributivité : $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$. Par exemple, $-3(2x - 5) = -6x + 15$: le signe négatif agit sur les deux termes. Factoriser est l'opération inverse : $6x - 18 = 6(x - 3)$. Tu mets en facteur un élément commun à tous les termes. Les identités

remarquables s'emploient uniquement si la forme correspond exactement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Par exemple, $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$. Le terme central est indispensable. Pour tester une transformation littérale, remplace la lettre par une valeur simple, par exemple $x = 2$. Si les deux expressions donnent des résultats différents, ta transformation est fausse.

Fractions et arithmétique : travailler avec des entiers

Une fraction $a \div b$ représente un quotient, avec b différent de zéro. Deux fractions sont égales si l'on multiplie ou divise leur numérateur et leur dénominateur par un même nombre non nul. Simplifier $18 \div 24$ consiste à chercher un diviseur commun : $18 \div 24 = 3 \div 4$ après division du numérateur et du dénominateur par 6. Ne simplifie jamais à travers une addition : dans $(6 + 3) \div 9$, le 3 du numérateur n'est pas un facteur commun ; tu calcules d'abord $9 \div 9 = 1$.

Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut un dénominateur commun. Ainsi, $2 \div 3 + 5 \div 6 = 4 \div 6 + 5 \div 6 = 9 \div 6 = 3 \div 2$. Pour multiplier, multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $3 \div 5 \times 10 \div 9 = 30 \div 45 = 2 \div 3$. Tu peux simplifier des facteurs avant le produit si cela rend le calcul plus simple. Pour diviser par une fraction non nulle, multiplie par son inverse : $4 \div 7 \div 2 \div 3 = 4 \div 7 \times 3 \div 2 = 6 \div 7$.

En arithmétique, un nombre premier possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même. Le nombre 1 n'est pas premier. La décomposition en produit de facteurs premiers consiste à n'utiliser que des nombres premiers. Par exemple, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$. Cette écriture permet de trouver un PGCD, le plus grand diviseur commun, et un PPCM, le plus petit multiple commun. Pour le PGCD de 84 et 126, décompose : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Les facteurs communs avec les plus petits exposants donnent $2 \times 3 \times 7 = 42$. Le PGCD sert notamment à partager des objets en paquets identiques les plus grands possibles, sans reste.

Rédiger une réponse de brevet

Une réponse complète contient le calcul, la règle utile quand elle est nécessaire, puis une conclusion adaptée. Pour une décomposition, écris les divisions successives ou le produit final de nombres premiers. Pour un PGCD utilisé dans une situation, indique ce que représente ce nombre dans le contexte. Pour une valeur exacte, conserve $\sqrt{\quad}$ ou une fraction simplifiée si la consigne ne demande pas d'arrondi. N'écris pas une approximation avec le signe égal : utilise $\approx$. Exemple : $\sqrt{2} \approx 1,41$. Enfin, relis la question : un résultat numérique sans unité, sans phrase de conclusion ou sans justification demandée reste incomplet.

Exemples résolus

Calculer une expression avec nombres relatifs

Énoncé. Calcule $A = -7 + 3 \times (-4)^2 \div 6$.

1. Calcule d'abord la puissance : $(-4)^2 = 16$.
2. Effectue ensuite la multiplication et la division de gauche à droite : $3 \times 16 \div 6 = 48 \div 6 = 8$.
3. Termine par l'addition : $A = -7 + 8 = 1$.

Résultat : $A = 1$.

Développer puis réduire une expression

Énoncé. Développe et réduis $B = (3x - 5)(x + 2)$.

1. Distribue chaque terme du premier facteur sur chaque terme du second : $B = 3x \times x + 3x \times 2 - 5 \times x - 5 \times 2$.
2. Calcule les produits : $B = 3x^2 + 6x - 5x - 10$.
3. Réduis les termes semblables : $6x - 5x = x$.

Résultat : $B = 3x^2 + x - 10$.

Trouver un PGCD par décomposition

Énoncé. Détermine le PGCD de 90 et 126.

1. Décompose 90 : $90 = 2 \times 3^2 \times 5$.
2. Décompose 126 : $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
3. Garde uniquement les facteurs premiers communs avec leurs exposants les plus petits : 2×3^2 .

Résultat : $\text{PGCD}(90 ; 126) = 18$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle utile

Avant une transformation délicate, écris la règle ou montre-la dans ta ligne de calcul. Tu rends ton raisonnement vérifiable et tu repères plus vite une règle mal appliquée.



Fais le contrôle final

Relis le signe, l'ordre de grandeur et la forme demandée avant de conclure. Une fraction non simplifiée ou un arrondi écrit avec $=$ peut faire perdre la qualité de ta réponse.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.	Le développement d'un carré contient aussi le double produit $2ab$.	Écris la forme complète : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
Simplifier une fraction en supprimant des termes dans une addition.	La simplification ne porte que sur des facteurs communs, jamais sur des termes ajoutés ou soustraits.	Factorise d'abord si c'est possible, ou calcule le numérateur avant de simplifier.
Affirmer que $\sqrt{-25} = -5$.	Aucun nombre réel élevé au carré ne donne un résultat négatif.	Retiens que $\sqrt{}$ a existe dans les nombres réels seulement si $a \geq 0$.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Signes et calculs directs ★★★

Calcule.

1. $(-8) + 13$
2. $(-7) \times (-6)$
3. $36 \div (-9)$

2 Ordre des opérations ★★★

Calcule en respectant les priorités.

1. $5 + 4 \times 3$
2. $(5 + 4) \times 3$
3. $2 + 3 \times (6 - 2)^2$

3 Puissances et racines ★★★

Complète chaque égalité.

1. $10^3 \times 10^4 = 10 \dots$
2. $\sqrt{121} = \dots$
3. $(-3)^3 = \dots$

4 Fractions rigoureuses ★★★

Calcule et donne une fraction irréductible.

1. $18 \div 30$
2. $3 \div 4 + 5 \div 6$
3. $7 \div 9 \times 3 \div 14$

5 Transformer des expressions ★★★

Développe ou factorise selon l'expression donnée.

1. Développe $C = 5(2x - 3)$.
2. Réduis $D = 4x^2 - 3x + 7 + 5x^2 + x - 2$.
3. Factorise $E = 8x - 12$.

6 Carrés et différence de deux carrés ★★★

Développe puis réduis.

1. $(x + 6)^2$
2. $(2x - 5)^2$
3. $(3x - 4)(3x + 4)$

7 Facteurs premiers et PGCD ★★★

Décompose puis détermine le PGCD.

Décompose 72 et 120 en produits de facteurs premiers, puis calcule leur PGCD.

Justifie le plus grand nombre de paquets identiques réalisables avec 72 cartes rouges et 120 cartes bleues, sans reste.

8 Finale : calcul et justification ★★★

Calcule et justifie chaque étape essentielle.

On pose $F = (-3)^2 - 2 \times (5 - 9) \div 4$. Calcule F.

Montre que $G = (x - 3)^2 - (x + 3)(x - 3)$ peut se factoriser par $x - 3$.

ÉVALUATION

Réponds sans calculatrice lorsque le calcul reste exact et rédige les étapes nécessaires.

Barème : 20 points

1. Calcule : $-15 + 8 - (-6)$. / 2
2. Calcule : $4 + 3 \times (-2)^2$. / 3
3. Écris 0,00056 en écriture scientifique. / 2
4. Simplifie la fraction $42 \div 56$. / 3
5. Développe et réduis $H = (x - 2)(3x + 5)$. / 4
6. Décompose 150 en produit de facteurs premiers. / 2
7. Les nombres 150 et 210 servent à former le plus grand nombre de lots identiques sans reste. Détermine ce nombre et justifie. / 4

Quiz de révision

1. Quel est le résultat de $(-5) \times 7$?

A) -35 B) 35 C) -12 D) 12

2. Quelle écriture est correcte ?

A) $2^3 + 2^4 = 2^7$ B) $2^3 \times 2^4 = 2^7$ C) $2^3 \times 2^4 = 4^7$ D) $2^3 \div 2^4 = 2^7$

3. Quelle est la valeur de $\sqrt{144}$?

A) -12 B) 12 C) 72 D) 24

4. Quelle expression est égale à $(x + 4)^2$?

A) $x^2 + 16$ B) $x^2 + 4x + 16$ C) $x^2 + 8x + 16$ D) $x^2 + 8x + 8$

5. Quelle fraction est irréductible et égale à $24 \div 36$?

A) $2 \div 3$ B) $3 \div 4$ C) $4 \div 6$ D) $6 \div 9$

6. Quelle affirmation est vraie ?

A) $\sqrt{(-9)} = -3$ B) $\sqrt{(-9)} = 3$ C) $\sqrt{(-9)}$ n'existe pas dans les nombres réels D) $\sqrt{(-9)} = 0$

7. Quel nombre n'est pas premier ?

A) 2 B) 3 C) 17 D) 21

8. Quelle est la décomposition correcte de 84 ?

A) $2^2 \times 3 \times 7$ B) $2 \times 3 \times 14$ C) $4 \times 3 \times 7$ D) $2^3 \times 3 \times 7$

9. Quel est le PGCD de 18 et 30 ?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 90

Guide pour les parents

Aidez votre adolescent à installer une méthode de vérification, sans faire les calculs à sa place.

- Demandez-lui d'expliquer à voix haute la règle choisie avant de regarder son résultat ; une explication confuse révèle souvent le point à reprendre.
- Proposez une courte série de calculs, puis demandez une correction active : il doit localiser lui-même l'erreur et écrire la règle qui l'aurait évitée.

Temps conseillé : ~20 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je toujours détailler tous mes calculs au brevet ?

- R. Détaille les transformations importantes, surtout lorsqu'une règle est utilisée. Un calcul mental évident peut être plus court, mais ta démarche doit rester lisible.

Q. Puis-je utiliser une valeur décimale à la place d'une racine carrée ?

- R. Seulement si la consigne demande un arrondi ou une valeur approchée. Sinon, conserve la valeur exacte, par exemple $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Q. Comment savoir si je dois développer ou factoriser ?

- R. Développe pour supprimer des parenthèses et obtenir une somme de termes. Factorise pour faire apparaître un produit, souvent afin de simplifier ou de résoudre une équation.

Q. Pourquoi chercher le PGCD dans un problème ?

- R. Le PGCD intervient quand tu dois former le plus grand nombre de groupes identiques ou la plus grande taille de paquets, sans reste.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Signes et calculs directs

1. 5. Les nombres sont de signes différents et 13 est le plus éloigné de zéro.
2. 42. Le produit de deux nombres négatifs est positif.
3. -4. Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif.

Exercice 2 : Ordre des opérations

1. $5 + 4 \times 3 = 5 + 12 = 17$. La multiplication est prioritaire sur l'addition.
2. $(5 + 4) \times 3 = 9 \times 3 = 27$. La parenthèse est prioritaire.
3. $2 + 3 \times (6 - 2)^2 = 2 + 3 \times 4^2 = 2 + 3 \times 16 = 50$. Après la parenthèse, calcule la puissance avant la multiplication.

Exercice 3 : Puissances et racines

1. $10^3 \times 10^4 = 10^7$. Les exposants s'additionnent pour des puissances de même base.
2. $\sqrt{121} = 11$. $11^2 = 121$.
3. $(-3)^3 = -27$. Une puissance impaire conserve le signe négatif de la base.

Exercice 4 : Fractions rigoureuses

1. $18 \div 30 = 3 \div 5$. Le numérateur et le dénominateur sont divisés par 6.
2. $3 \div 4 + 5 \div 6 = 9 \div 12 + 10 \div 12 = 19 \div 12$. 12 est un dénominateur commun à 4 et 6.
3. $7 \div 9 \times 3 \div 14 = 1 \div 6$. Après simplification, le produit vaut $21 \div 126 = 1 \div 6$.

Exercice 5 : Transformer des expressions

1. $C = 5 \times 2x - 5 \times 3 = 10x - 15$. Le facteur 5 se distribue sur les deux termes.
2. $D = 9x^2 - 2x + 5$. Les termes en x^2 , les termes en x et les constantes se regroupent séparément.
3. $E = 4(2x - 3)$. 4 est un facteur commun aux deux termes.

Exercice 6 : Carrés et différence de deux carrés

1. $(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$. Utilise $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$. Le terme central vaut $-2 \times 2x \times 5 = -20x$.
3. $(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 16$. Utilise $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Exercice 7 : Facteurs premiers et PGCD

1. $72 = 2^3 \times 3^2$ et $120 = 2^3 \times 3 \times 5$. Les facteurs communs avec les plus petits exposants sont $2^3 \times 3$. Donc $\text{PGCD}(72 ; 120) = 24$. Le PGCD conserve seulement les facteurs premiers communs.
2. Le nombre de paquets doit diviser 72 et 120. Or $\text{PGCD}(72 ; 120) = 24$. On peut donc réaliser au maximum 24 paquets identiques, contenant chacun 3 cartes rouges et 5 cartes bleues. La conclusion doit interpréter le PGCD dans la situation.

Exercice 8 : Finale : calcul et justification

1. $F = 9 - 2 \times (-4) \div 4 = 9 - (-8) \div 4 = 9 - (-2) = 11$. Les parenthèses et la puissance sont calculées avant la multiplication et la division. La soustraction d'un nombre négatif devient une addition.
2. $G = (x - 3)(x - 3) - (x + 3)(x - 3)$. Le facteur commun est $x - 3$. Donc $G = (x - 3)[(x - 3) - (x + 3)] = (x - 3)(-6) = -6(x - 3)$. La factorisation est possible car $x - 3$ apparaît dans les deux termes.

Corrigé de l'évaluation

1. $-15 + 8 - (-6) = -15 + 8 + 6 = -1$. / 2
2. $4 + 3 \times (-2)^2 = 4 + 3 \times 4 = 16$. / 3
3. $0,00056 = 5,6 \times 10^{-4}$. / 2
4. $42 \div 56 = 3 \div 4$, en divisant le numérateur et le dénominateur par 14. / 3
5. $H = 3x^2 + 5x - 6x - 10 = 3x^2 - x - 10$. / 4
6. $150 = 2 \times 3 \times 5^2$. / 2
7. $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. Donc $\text{PGCD}(150 ; 210) = 2 \times 3 \times 5 = 30$. Le plus grand nombre de lots identiques est 30. / 4

Réponses du quiz

1. **A) -35**. Le produit de deux nombres de signes différents est négatif.
2. **B) $2^3 \times 2^4 = 2^7$** . Lors d'un produit de puissances de même base, les exposants s'additionnent.

3. **B) 12.** 12 est le nombre positif dont le carré vaut 144.
4. **C) $x^2 + 8x + 16$.** Le terme central est $2 \times x \times 4$, soit $8x$.
5. **A) $2 \div 3$.** 24 et 36 se divisent par 12, ce qui donne $2 \div 3$.
6. **C) $\sqrt{-9}$ n'existe pas dans les nombres réels.** Le carré d'un nombre réel est toujours positif ou nul.
7. **D) 21.** 21 possède notamment 3 et 7 comme diviseurs.
8. **A) $2^2 \times 3 \times 7$.** $84 = 4 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$, avec uniquement des facteurs premiers.
9. **B) 6.** $18 = 2 \times 3^2$ et $30 = 2 \times 3 \times 5$, donc le PGCD vaut $2 \times 3 = 6$.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)