



La factorisation en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★★

⌚ 45 min

Objectif : La factorisation

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit de facteurs.
- ▶ Tu cherches d'abord un facteur commun, puis tu vérifies toujours par développement.
- ▶ Une expression factorisée permet souvent de résoudre une équation grâce à la règle du produit nul.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois reconnaître une structure, factoriser avec une égalité correcte, puis exploiter éventuellement la forme obtenue pour résoudre une équation.

Type de question

Exemple type

Alerte piège

Calcul littéral à justifier, résolution d'équation et QCM d'automatismes.

Factorise $C = 4x^2 - 36$ puis résous l'équation $C = 0$.

Appliquer la règle du produit nul avant d'avoir obtenu un produit égal à 0, ou oublier une solution en divisant par une expression contenant x .

LA LEÇON

Comprendre le changement d'écriture

Développer et factoriser sont deux transformations inverses. Développer consiste à passer d'un produit à une somme ou à une différence. Par exemple, $4(x + 3)$ se développe en $4x + 12$ grâce à la distributivité. Factoriser consiste à faire le chemin inverse : $4x + 12$ devient $4(x + 3)$. Les deux écritures désignent exactement le même nombre pour toute valeur choisie de x . Tu ne modifies donc pas l'expression : tu changes seulement sa forme. Dans l'écriture $4(x + 3)$, 4 et $(x + 3)$ sont les facteurs. Dans l'écriture $4x + 12$, les termes sont $4x$ et 12. Une expression est dite factorisée lorsqu'elle est écrite sous la forme d'un produit. Attention : une expression peut déjà contenir un produit sans être complètement factorisée. Par exemple, $2x + 2(x - 1)$ contient un produit, mais il reste une addition entre deux termes. Après factorisation, on obtient $2[x + (x - 1)]$, puis $2(2x - 1)$. La forme finale comporte un produit entre 2 et une seule parenthèse. Pour reconnaître une situation de factorisation, observe les signes + et - qui séparent les termes. Cherche alors ce qui est présent dans chacun d'eux : un nombre, une lettre ou une parenthèse entière. C'est ton point de départ. Ne commence jamais par supprimer des termes ou par déplacer des nombres au hasard. La factorisation repose sur une distributivité précise, pas sur une intuition.

La règle du facteur commun

Tu peux factoriser une somme ou une différence seulement si tous ses termes possèdent un même facteur. La distributivité donne $a(b + c) = ab + ac$ et $a(b - c) = ab - ac$. En sens inverse, $ab + ac = a(b + c)$ et $ab - ac = a(b - c)$. Par exemple, $7x - 21$ possède le facteur commun 7 : $7x - 21 = 7(x - 3)$. Le facteur x n'est pas commun, car 21

ne contient pas de x . Dans $12x^2 + 18x$, les facteurs communs sont 2, 3, 6 et x . Choisis de préférence le facteur commun le plus grand : $12x^2 + 18x = 6x(2x + 3)$. Cette écriture est plus simple que $2x(6x + 9)$, même si les deux sont justes. Un signe $-$ peut aussi être mis en facteur. Ainsi, $-5x + 15 = -5(x - 3)$. Vérifie le signe du deuxième terme : $-5 \times (-3)$ donne bien $+15$. Mettre -1 en facteur est parfois utile pour faire apparaître une expression connue : $3 - x = -(x - 3)$.

Repérer le bon facteur commun

Expression	Facteur commun choisi	Écriture factorisée	Contrôle rapide
$15x + 20$	5	$5(3x + 4)$	$5 \times 3x + 5 \times 4 = 15x + 20$
$9x^2 - 6x$	$3x$	$3x(3x - 2)$	$3x \times 3x - 3x \times 2 = 9x^2 - 6x$
$4(x - 2) + 7(x - 2)$	$(x - 2)$	$(x - 2)(4 + 7)$	Le même bloc entier est facteur commun
$-8x - 12$	-4	$-4(2x + 3)$	$-4 \times 2x - 4 \times 3 = -8x - 12$

Ton plan de jeu en quatre étapes

- Observe les termes séparés par $+$ ou $-$. Dans $10x^2 - 15x$, les deux termes sont $10x^2$ et $-15x$. Le signe appartient au terme qui le suit : il faut donc le conserver pendant toute la recherche.
- Cherche le facteur numérique commun le plus grand. Pour 10 et 15, c'est 5. Si des lettres sont présentes dans tous les termes, cherche aussi la plus petite puissance commune. Dans x^3 et x^2 , le facteur commun est x^2 , car x^2 divise x^3 et x^2 .
- Écris le facteur devant une parenthèse. Divise ensuite chaque terme par ce facteur pour remplir la parenthèse. Avec $10x^2 - 15x$, tu écris $5x(2x - 3)$, car $10x^2 \div 5x = 2x$ et $-15x \div 5x = -3$.
- Développe mentalement pour vérifier. $5x \times 2x = 10x^2$ et $5x \times (-3) = -15x$: l'expression de départ est retrouvée. Cette vérification repère immédiatement une erreur de signe ou de division.
- Quand une parenthèse est répétée, traite-la comme un seul facteur. Dans $(2x + 1)(x - 4) - 3(x - 4)$, le facteur commun est $(x - 4)$, pas seulement x ni 4. On obtient $(x - 4)[(2x + 1) - 3]$, puis $(x - 4)(2x - 2)$.
- Ne cherche pas forcément à développer avant de factoriser. Développer peut cacher une structure utile. Si deux termes contiennent déjà le même groupe entre parenthèses, garde ce groupe visible et mets-le directement en facteur.

Utiliser les identités remarquables sans les confondre

Certaines expressions se factorisent grâce aux identités remarquables. Elles ne s'appliquent que si l'expression a exactement la forme attendue. Première identité : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$. Par exemple, $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$, car $25 = 5^2$ et $10x = 2 \times x \times 5$. Deuxième identité : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. Ainsi, $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$: $4x^2 = (2x)^2$, $9 = 3^2$ et $-12x = -2 \times 2x \times 3$. Troisième identité : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Elle concerne uniquement une différence de deux carrés. Donc $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$, car $49 = 7^2$. En revanche, $x^2 + 49$ ne peut pas être factorisé avec cette identité : il y a une somme de carrés, non une différence. De même, $x^2 - 6x + 9$ est un carré parfait, mais $x^2 - 6x - 9$ ne l'est pas : le dernier terme est négatif. Avant d'écrire une identité, identifie a et b , contrôle les carrés aux extrémités, puis vérifie le terme du milieu. Cette discipline t'évite de fabriquer une fausse factorisation. Si aucun facteur commun ni aucune identité remarquable n'apparaît, n'invente rien : certaines expressions ne se factorisent pas avec les outils étudiés.

Factoriser pour résoudre une équation

La forme factorisée est particulièrement utile pour résoudre une équation du type produit égal à zéro. La règle est la suivante : si un produit de facteurs est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul. Elle s'écrit : si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$. Cette règle ne vaut que lorsque le second membre est 0 et que l'on a bien un produit. Pour résoudre $x^2 - 5x = 0$, factorise d'abord par x : $x(x - 5) = 0$. Applique ensuite la règle du produit nul : $x = 0$ ou $x - 5 = 0$. La deuxième équation donne $x = 5$. Les solutions sont donc 0 et 5. Ne divise surtout pas les deux membres par x au début : tu supprimerais la solution $x = 0$. Avec $(3x + 2)(x - 4) = 0$, aucun développement n'est nécessaire. Résous

séparément $3x + 2 = 0$, d'où $x = -2 \div 3$, puis $x - 4 = 0$, d'où $x = 4$. Dans une rédaction, saute une ligne entre les deux équations : tes branches de raisonnement seront lisibles. Enfin, vérifie une solution en la remplaçant dans l'expression initiale. Pour $x = 4$, le facteur $x - 4$ vaut 0, donc le produit vaut bien 0. C'est une récupération courte, mais elle sécurise ta copie.

Exemples résolus

Mettre un facteur commun en évidence

Énoncé. Factorise $A = 18x^2 - 12x$.

1. Les deux termes $18x^2$ et $-12x$ ont $6x$ comme facteur commun.
2. Je mets $6x$ devant une parenthèse : $A = 6x(18x^2 \div 6x - 12x \div 6x)$.
3. Je calcule chaque quotient : $18x^2 \div 6x = 3x$ et $-12x \div 6x = -2$.
4. Donc $A = 6x(3x - 2)$.
5. Vérification : $6x \times 3x - 6x \times 2 = 18x^2 - 12x$.

Résultat : $A = 6x(3x - 2)$.

Reconnaître une différence de deux carrés

Énoncé. Factorise $B = 25x^2 - 16$.

1. $25x^2 = (5x)^2$ et $16 = 4^2$.
2. B est une différence de deux carrés : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.
3. Ici, $a = 5x$ et $b = 4$.
4. Donc $B = (5x - 4)(5x + 4)$.
5. Vérification : les termes croisés s'annulent et il reste $25x^2 - 16$.

Résultat : $B = (5x - 4)(5x + 4)$.

Résoudre une équation après factorisation

Énoncé. Résous $x^2 + 3x = 0$.

1. Je remarque que x est un facteur commun : $x^2 + 3x = x(x + 3)$.
2. L'équation devient $x(x + 3) = 0$.
3. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.
4. Donc $x = 0$ ou $x + 3 = 0$.
5. La deuxième équation donne $x = -3$.

Résultat : Les solutions sont 0 et -3 .

Les conseils de Coach Vince



Écris la règle avant le calcul

Pour une identité remarquable ou un produit nul, annonce la règle utilisée avant d'écrire le résultat. Ta justification doit montrer pourquoi tu as le droit de l'appliquer.



Contrôle par développement

Après une factorisation, développe rapidement ton résultat pour retrouver l'expression de départ. C'est le meilleur contrôle contre une erreur de signe.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $12x + 18 = 6(2x + 18)$.	Le second terme dans la parenthèse doit être obtenu en divisant 18 par 6.	Divise chaque terme par le facteur mis devant la parenthèse : $12x + 18 = 6(2x + 3)$.
Écrire $x^2 - 9 = (x - 3)^2$.	Le développement de $(x - 3)^2$ est $x^2 - 6x + 9$, qui ne correspond pas à l'expression initiale.	Utilise la différence de deux carrés : $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.
Diviser par x dans l'équation $x(x - 5) = 0$.	Cette division interdit $x = 0$ alors que cette valeur est une solution.	Applique la règle du produit nul et résous séparément $x = 0$ et $x - 5 = 0$.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Démarrage : facteur numérique ★★★

Factorise chaque expression par le plus grand facteur numérique commun.

1. $A = 14x + 21$
2. $B = 16x - 24$

2 Trouver le facteur complet ★★★

Factorise par le plus grand facteur commun.

1. $C = 15x^2 + 10x$
2. $D = 18x^3 - 6x^2$

3 Repérer un bloc répété ★★★

Factorise en mettant la parenthèse commune en évidence.

1. $E = 5(x + 2) - 3(x + 2)$
2. $F = x(2x - 1) + 4(2x - 1)$

4 Choisir la bonne identité ★★★

Factorise lorsque c'est possible avec une identité remarquable.

1. $G = x^2 + 8x + 16$
2. $H = 9x^2 - 24x + 16$
3. $I = 4x^2 - 25$

5 Vérifier avant d'affirmer ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie par un développement ou une correction.

1. $x^2 - 36 = (x - 6)^2$.
2. $-6x + 18 = -6(x - 3)$.

6 Passer à l'équation ★★★

Résous chaque équation en factorisant puis en appliquant la règle du produit nul.

$$x^2 - 7x = 0$$
$$4x^2 - 9 = 0$$

7 Finale brevet : analyser une expression ★★★

Justifie la factorisation puis résous l'équation.

On pose $J = (x - 2)(3x + 1) - 5(x - 2)$. Factorise J puis résous $J = 0$.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et vérifie les signes dans chaque parenthèse.

Barème : 20 points

1. Factorise $A = 21x + 14$. / 2
2. Factorise $B = 12x^2 - 18x$. / 3
3. Factorise $C = x^2 - 64$. / 3
4. Factorise $D = 4x^2 + 20x + 25$. / 3
5. Résous $x^2 - 9x = 0$. / 4
6. Résous $9x^2 - 1 = 0$. / 5

Quiz de révision

1. Quelle écriture est une factorisation correcte de $6x + 18$?

- A) $6(x + 3)$ B) $3(2x + 6)$ C) $6(x + 18)$ D) $18(6x + 1)$

2. Quel est le plus grand facteur commun de $12x^2$ et $18x$?

- A) 6 B) $6x$ C) $6x^2$ D) $36x$

3. Quelle expression est égale à $x^2 - 25$?

- A) $(x - 5)^2$ B) $(x + 5)^2$ C) $(x - 5)(x + 5)$ D) $x(x - 25)$

4. Quelle expression est un carré parfait ?

- A) $x^2 + 6x + 9$ B) $x^2 + 6x - 9$ C) $x^2 - 9$ D) $x^2 + 9$

5. Laquelle de ces égalités est correcte ?

- A) $-4x + 12 = -4(x + 3)$ B) $-4x + 12 = -4(x - 3)$ C) $-4x + 12 = 4(x - 3)$ D) $-4x + 12 = 4(x + 3)$

6. Après factorisation, l'équation $x(x + 2) = 0$ a pour solutions :

- A) 0 et 2 B) 0 et -2 C) 2 seulement D) -2 seulement

7. Pourquoi ne faut-il pas diviser $x(x - 5) = 0$ par x ?

- A) Parce que x ne peut jamais être nul B) Parce que le produit nul ne s'applique pas
C) Parce qu'on risque de perdre la solution $x = 0$ D) Parce que $x - 5$ devient négatif

8. Quelle factorisation utilise une parenthèse comme facteur commun ?

- A) $3(x + 1) + 2(x + 1) = 5(x + 1)$ B) $3(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(3x + 2x)$ C) $3(x + 1) + 2(x + 1) = x(5 + 1)$
D) $3(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)^2$

9. Quelle vérification permet de contrôler une factorisation ?

- A) Ajouter les facteurs B) Développer l'expression obtenue C) Supprimer les parenthèses sans calculer
D) Remplacer x par 0 uniquement

Guide pour les parents

Demandez-lui d'expliquer à voix haute quel facteur est commun avant qu'il écrive une parenthèse.

- Faites-lui vérifier une factorisation par développement, sans donner vous-même le résultat.
- Proposez une expression courte avec un signe négatif pour entraîner la rigueur, puis laissez-le corriger seul son erreur éventuelle.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je toujours choisir le plus grand facteur commun ?

R. Ce n'est pas obligatoire pour obtenir une égalité juste, mais c'est préférable. La forme obtenue est plus simple et plus facile à utiliser ensuite.

Q. Peut-on factoriser n'importe quelle expression ?

R. Non. Il faut repérer un facteur commun, une identité remarquable ou une structure adaptée. Une expression comme $x^2 + 1$ ne se factorise pas avec les méthodes étudiées.

Q. Pourquoi garde-t-on les parenthèses dans une forme factorisée ?

R. Elles indiquent que tout leur contenu est multiplié par le facteur placé devant. Les oublier change le calcul.

Q. La factorisation peut-elle servir au brevet ?

R. Oui. Elle peut apparaître dans un calcul littéral, une résolution d'équation ou une question d'automatismes sans calculatrice.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Démarrage : facteur numérique

1. $A = 7(2x + 3)$. 7 est le plus grand facteur commun de 14 et 21.
2. $B = 8(2x - 3)$. Le signe - reste dans la parenthèse.

Exercice 2 : Trouver le facteur complet

1. $C = 5x(3x + 2)$. 5x divise les deux termes.
2. $D = 6x^2(3x - 1)$. La plus petite puissance commune de x est x^2 .

Exercice 3 : Repérer un bloc répété

1. $E = (x + 2)(5 - 3) = 2(x + 2)$. Le facteur commun est la parenthèse entière $(x + 2)$.
2. $F = (2x - 1)(x + 4)$. Les deux termes contiennent le facteur $(2x - 1)$.

Exercice 4 : Choisir la bonne identité

1. $G = (x + 4)^2$. $16 = 4^2$ et $8x = 2 \times x \times 4$.
2. $H = (3x - 4)^2$. $9x^2 = (3x)^2$, $16 = 4^2$ et $-24x = -2 \times 3x \times 4$.
3. $I = (2x - 5)(2x + 5)$. C'est une différence de deux carrés.

Exercice 5 : Vérifier avant d'affirmer

1. Faux. $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$. La factorisation correcte est $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$. Une différence de carrés produit deux facteurs conjugués.
2. Vrai. En développant, $-6(x - 3) = -6x + 18$. Le produit de deux nombres négatifs est positif.

Exercice 6 : Passer à l'équation

1. $x^2 - 7x = 0$. Donc $x(x - 7) = 0$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul. Ainsi $x = 0$ ou $x - 7 = 0$, donc $x = 7$. Les solutions sont 0 et 7. Il faut conserver les deux solutions.
2. $4x^2 - 9 = 0$. Donc $(2x - 3)(2x + 3) = 0$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul. $2x - 3 = 0$ donne $x = 3 \div 2$, et $2x + 3 = 0$ donne $x = -3 \div 2$. Les solutions sont $-3 \div 2$ et $3 \div 2$. La différence de deux carrés permet de factoriser.

Exercice 7 : Finale brevet : analyser une expression

1. Les deux termes de J contiennent le facteur commun $(x - 2)$. Donc $J = (x - 2)[(3x + 1) - 5] = (x - 2)(3x - 4)$. Pour résoudre $J = 0$, j'applique la règle du produit nul : $x - 2 = 0$ ou $3x - 4 = 0$. Donc $x = 2$ ou $x = 4 \div 3$. Les solutions sont $4 \div 3$ et 2. La justification doit nommer le facteur commun et la règle du produit nul.

Corrigé de l'évaluation

1. $A = 7(3x + 2)$. / 2
2. $B = 6x(2x - 3)$. / 3
3. $C = (x - 8)(x + 8)$. / 3
4. $D = (2x + 5)^2$. / 3
5. $x^2 - 9x = x(x - 9)$. Donc $x(x - 9) = 0$, d'où $x = 0$ ou $x = 9$. Les solutions sont 0 et 9. / 4
6. $9x^2 - 1 = (3x - 1)(3x + 1)$. Donc $3x - 1 = 0$ ou $3x + 1 = 0$. Les solutions sont $1 \div 3$ et $-1 \div 3$. / 5

Réponses du quiz

1. **A) $6(x + 3)$** . En développant $6(x + 3)$, on retrouve $6x + 18$.
2. **B) $6x$** . 6x divise $12x^2$ et $18x$.
3. **C) $(x - 5)(x + 5)$** . $x^2 - 25$ est une différence de deux carrés.
4. **A) $x^2 + 6x + 9$** . $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$.
5. **B) $-4x + 12 = -4(x - 3)$** . $-4 \times (-3) = 12$.
6. **B) 0 et -2**. $x = 0$ ou $x + 2 = 0$, donc $x = -2$.
7. **C) Parce qu'on risque de perdre la solution $x = 0$** . Diviser par x suppose x non nul et écarte donc une solution possible.
8. **A) $3(x + 1) + 2(x + 1) = 5(x + 1)$** . Le facteur commun est $(x + 1)$, et $3 + 2 = 5$.
9. **B) Développer l'expression obtenue**. Le développement doit permettre de retrouver exactement l'expression initiale.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)