LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · GRANDEURS-MESURES

Le volume du cône et de la pyramide en 3e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3e | Difficulté ★★★ | 45 min | Objectif : le volume du cône et de la pyramide | Tombe souvent au brevet | Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution, et l'utiliser dans un problème de grandeurs composées.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Le volume d'une pyramide ou d'un cône vaut le tiers de l'aire de sa base multipliée par sa hauteur.
- La hauteur est toujours une distance perpendiculaire entre le sommet et le plan de la base.
- Coach Vince te le rappelle : avant tout calcul, repère la base, sa mesure utile et la hauteur.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois généralement calculer un volume, convertir une capacité ou additionner et soustraire les volumes de plusieurs solides dans une situation concrète.

Type de question	Calcul à justifier, problème de grandeurs composées, QCM d'automatismes ou lecture d'un schéma.
Exemple type	Une gourde a la forme d'un cylindre surmonté d'un cône. Calcule sa capacité en mL à partir des dimensions indiquées.
Alerte piège	Prendre le diamètre pour le rayon, oublier le ÷ 3 ou utiliser une génératrice à la place de la hauteur.

LA LEÇON

Reconnaître les solides et leurs éléments utiles

Une pyramide est un solide qui possède une base polygonale et un sommet situé hors du plan de cette base. Ses faces latérales sont des triangles qui rejoignent toutes le sommet. La base peut être un carré, un rectangle, un triangle ou tout autre polygone. Un cône de révolution possède une base circulaire et un sommet. Sa surface latérale est courbe. Il est obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un de ses côtés de l'angle droit. Dans les deux solides, tu dois distinguer avec précision la base, le sommet et la hauteur. La hauteur est le segment perpendiculaire au plan de la base, mené du sommet à ce plan. Pour un cône de révolution droit, elle rejoint le centre du disque de base. Pour une pyramide droite, elle rejoint un point particulier de la base, souvent son centre, mais ce n'est pas une obligation pour utiliser la formule. Ne confonds jamais la hauteur avec une arête latérale de pyramide ni avec la génératrice d'un cône. Une arête latérale relie le sommet à un sommet de la base ; elle est inclinée. La génératrice relie le sommet à un point du cercle de base ; elle est aussi inclinée. Elles peuvent être plus longues que la hauteur. Sur un dessin en perspective, une hauteur peut être en pointillés : elle existe même si elle n'est pas visible directement. Lis les légendes avant de choisir une longueur. Ton premier réflexe doit être de repérer la droite perpendiculaire à la base, pas de prendre la mesure qui semble la plus pratique.

La règle à connaître parfaitement

Pour toute pyramide et pour tout cône de révolution, le volume se calcule par la formule V = aire de la base × hauteur ÷ 3. Cette formule est valable uniquement si la hauteur utilisée est perpendiculaire au plan de la base. Tu peux aussi écrire V = ⅓ × aire de la base × hauteur. Le volume d'une pyramide ou d'un cône ayant la même base et la même hauteur qu'un prisme ou qu'un cylindre vaut donc le tiers du volume de ce prisme ou de ce cylindre. Le facteur ÷ 3 ne dépend ni de la forme de la base ni de l'inclinaison apparente du dessin. Il doit apparaître une seule fois dans ton calcul. Si tu as déjà calculé l'aire de la base, garde son unité au carré : cm^2, dm^2 ou m^2. Après multiplication par une hauteur en cm, dm ou m, tu obtiens une unité au cube : cm^3, dm^3 ou m^3.

Ton plan de calcul, sans saut d'étape

- 1. Identifie le solide. Écris s'il s'agit d'une pyramide ou d'un cône de révolution. Cela t'aide à choisir la formule adaptée et à organiser ta réponse.
- 2. Choisis la base. Pour une pyramide, regarde la figure située à l'opposé du sommet. Pour un cône, la base est le disque. Note sa forme : carré, rectangle, triangle, disque ou autre polygone.
- 3. Calcule l'aire de la base. Pour un carré de côté c, utilise c^2. Pour un rectangle, utilise longueur × largeur. Pour un triangle, utilise base × hauteur correspondante ÷ 2. Pour un disque de rayon r, utilise $\pi \times r^2$. N'emploie une formule d'aire que si les mesures correspondent bien à la figure.
- 4. Repère la vraie hauteur du solide. Elle doit être perpendiculaire à la base. Si le dessin donne une génératrice ou une arête inclinée, ne la remplace pas automatiquement par la hauteur. Il faut parfois la calculer auparavant avec le théorème de Pythagore, uniquement dans un triangle rectangle.
- 5. Harmonise les unités. L'aire de base et la hauteur doivent être exprimées dans des unités compatibles. Par exemple, une aire en cm^2 doit être multipliée par une hauteur en cm pour donner un volume en cm^3.
- 6. Applique la formule. Écris V = aire de la base × hauteur ÷ 3, puis remplace chaque lettre par sa valeur. Garde π sous forme exacte si aucune valeur approchée n'est demandée.
- 7. Conclus proprement. Donne le volume avec son unité cubique. Si la question porte sur une capacité, convertis seulement à la fin et indique l'unité demandée.

Aires de base et écritures de volume

Solide	Aire de la base	Volume
Pyramide à base carrée de côté c	c^2	$c^2 \times h \div 3$
Pyramide à base rectangulaire de longueur L et largeur l	L × l	L × l × h ÷ 3
Pyramide à base triangulaire	base du triangle × hauteur du triangle ÷ 2	aire de la base × h ÷ 3
Cône de révolution de rayon r	$\pi \times r^2$	$\pi \times r^2 \times h \div 3$

Cône : rayon, diamètre et génératrice

Pour le cône, l'aire de la base est celle d'un disque : $\pi \times r^2$. Attention au vocabulaire. Le rayon va du centre du disque à son cercle. Le diamètre traverse le centre et vaut deux fois le rayon. Si l'énoncé donne un diamètre de 10 cm, le rayon vaut 5 cm ; l'aire de base est alors $\pi \times 5^2$, soit 25π cm^2. Utiliser 10 à la place de 5 donnerait une aire quatre fois trop grande. La génératrice est souvent notée g. Dans un cône de révolution droit, le rayon, la hauteur et la génératrice forment un triangle rectangle. Le théorème de Pythagore s'applique uniquement dans ce triangle rectangle : $g^2 = r^2 + h^2$. Si tu connais g et r, tu peux obtenir la hauteur par $h^2 = g^2 - r^2$, puis $h = \sqrt{(g^2 - r^2)}$. Par exemple, avec g = 13 cm et r = 5 cm, $h^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, donc h = 12 cm. Ensuite seulement, tu calcules le volume. Ne mets jamais la génératrice directement dans la formule du volume : la formule demande la hauteur perpendiculaire.

Unités, capacités et solides assemblés

Les volumes se mesurent en unités cubiques. Passer de cm^3 à dm^3 ne consiste pas à déplacer la virgule d'un seul rang : chaque longueur est multipliée ou divisée par 10, donc chaque volume est multiplié ou divisé par 1 000. Ainsi, 1 dm^3 = 1 000 cm^3. De même, 1 m^3 = 1 000 dm^3. Pour les capacités, retiens les égalités exactes 1 dm^3 = 1 L et 1 cm^3 = 1 mL. Si un problème demande la contenance d'un récipient en litres, calcule d'abord son volume dans une unité cohérente, puis convertis. Un récipient réellement rempli ne contient pas forcément tout son volume géométrique : suis les informations de l'énoncé. Dans un problème de grandeurs composées, découpe la figure en solides simples. Tu peux additionner leurs volumes s'ils sont accolés sans se chevaucher. Tu peux soustraire le volume d'une partie retirée, par exemple un trou conique creusé dans un bloc. Vérifie alors que tous les volumes sont dans la même unité. Une maquette formée d'un cylindre surmonté d'un cône se traite en deux calculs : volume du cylindre, puis volume du cône, puis addition. N'ajoute jamais des aires à des volumes : cm^2 et cm^3 ne représentent pas la même grandeur. Pour finir, contrôle la cohérence : un cône ou une pyramide ayant même base et même hauteur qu'un cylindre ou un prisme doit avoir un volume trois fois plus petit. Cette vérification rapide évite beaucoup d'erreurs. Reste méthodique : base, aire, hauteur, tiers, unité. C'est ton plan de jeu jusqu'à la réponse finale.

Exemples résolus

Calculer le volume d'un cône

Énoncé. Un cône de révolution a un rayon de base de 3 cm et une hauteur de 8 cm. Calcule son volume exact, puis une valeur approchée au dixième de cm^3.

1. L'aire de la base est celle d'un disque : $\pi \times 3^2 = 9\pi$ cm^2.
2. Le volume d'un cône vaut aire de la base × hauteur ÷ 3.
3. $V = 9\pi \times 8 \div 3 = 24\pi$ cm^3.
4. Avec $\pi \approx 3{,}14$, $V \approx 24 \times 3{,}14 = 75{,}36$ cm^3.

Résultat : Le volume du cône est 24π cm^3, soit environ 75,4 cm^3.

Calculer le volume d'une pyramide à base rectangulaire

Énoncé. Une pyramide a pour base un rectangle de 6 cm sur 4 cm et pour hauteur 9 cm. Calcule son volume.

1. L'aire de la base rectangulaire vaut $6 \times 4 = 24$ cm^2.
2. Le volume d'une pyramide vaut aire de la base × hauteur ÷ 3.
3. $V = 24 \times 9 \div 3 = 72$ cm^3.

Résultat : Le volume de la pyramide est 72 cm^3.

Additionner les volumes de deux solides

Énoncé. Un objet est formé d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm, surmonté d'un cône de même rayon et de hauteur 4 cm. Calcule son volume exact.

1. Le volume du cylindre vaut $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi$ cm^3.
2. Le volume du cône vaut $\pi \times 3^2 \times 4 \div 3 = 12\pi$ cm^3.
3. Les deux solides sont accolés sans se chevaucher, donc leurs volumes s'additionnent.
4. $V_{total} = 90\pi + 12\pi = 102\pi$ cm^3.

Résultat : Le volume de l'objet est 102π cm^3.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 La formule de base ★☆☆

Complète la formule du volume d'une pyramide.

1. V = aire de la base × hauteur ... .

2 Hauteur ou longueur inclinée ? ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Dans un cône de révolution droit, la hauteur rejoint le centre de la base. .....
2. La génératrice d'un cône peut toujours remplacer la hauteur dans la formule du volume. .....
3. Le volume d'une pyramide s'exprime en unité cubique. .....

3 Pyramide à base carrée ★☆☆

Calcule le volume de chaque pyramide.

1. La base est un carré de côté 6 cm et la hauteur vaut 9 cm. .....
2. La base est un rectangle de 8 cm sur 3 cm et la hauteur vaut 6 cm. .....

4 Cône et disque de base ★★☆

Calcule le volume exact de chaque cône de révolution.

1. Rayon : 4 cm. Hauteur : 12 cm. .....
2. Diamètre : 10 cm. Hauteur : 6 cm. .....

5 Conversions utiles ★★☆

Convertis dans l'unité demandée.

1. Convertis 3 dm^3 en cm^3. .....
2. Convertis 750 cm^3 en mL. .....
3. Convertis 2,5 dm^3 en L. .....

6 Trouver la hauteur avant le volume ★★☆

Calcule d'abord la hauteur, puis le volume du cône.

1. Un cône de révolution droit a une génératrice de 10 cm et un rayon de 6 cm.

7 Un objet composé ★★★

Calcule le volume total de l'objet.

Un objet est composé d'un cube d'arête 6 cm et d'une pyramide à base carrée de côté 6 cm, posée sur le cube. La hauteur de la pyramide est 9 cm.

8 Corriger un raisonnement ★★★

Analyse le calcul et rédige une correction complète.

Pour un cône de diamètre 8 cm et de hauteur 15 cm, Léa écrit : $V = \pi \times 8^2 \times 15 \div 3 = 320\pi$ cm^3. Explique son erreur et donne le bon volume.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et indique les unités dans chaque réponse.

Barème : 20 points

1. Écris la formule du volume d'un cône de révolution. / 3

2. Une pyramide a une base rectangulaire de 7 cm sur 3 cm et une hauteur de 12 cm. Calcule son volume. / 3

3. Un cône a un rayon de 5 cm et une hauteur de 9 cm. Calcule son volume exact. / 3

4. Un cône a un diamètre de 12 cm et une hauteur de 10 cm. Calcule son volume exact. / 4

5. Convertis 1,8 dm^3 en mL. / 3

6. Un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 8 cm est surmonté d'un cône de même rayon et de hauteur 6 cm. Calcule le volume exact de l'ensemble. / 4

Les conseils de Coach Vince

Annonce la règle
Au brevet, écris la formule du volume avant les calculs. Le correcteur doit voir que tu sais pourquoi tu divises par 3.

Vérifie l'unité finale
Une aire en cm^2 multipliée par une hauteur en cm donne un volume en cm^3. Si tu trouves une unité d'aire à la fin, reprends ta rédaction.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « grandeurs-mesures » en 3e** · /mathematiques-3eme/grandeurs-mesures/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/