



Les agrandissements et réductions en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 45 min

Objectif : les agrandissements et réductions

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Comprendre l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k sur les longueurs, les aires et les volumes d'une figure ou d'un solide.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Dans un agrandissement ou une réduction, toutes les longueurs sont multipliées par le même nombre k .
- ▶ Les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 : ne confonds jamais les trois puissances.
- ▶ Commence toujours par identifier la grandeur demandée, puis choisis le bon coefficient.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir déterminer un rapport, repérer des éléments homologues sur une figure tournée ou retournée, calculer une dimension, une aire ou un volume, puis justifier le coefficient utilisé dans un contexte géométrique ou de maquette.

Type de question Calcul à justifier, problème de proportionnalité géométrique, question en plusieurs étapes et parfois QCM d'automatismes.

Exemple type Le triangle $A'B'C'$ est une image semblable du triangle ABC , mais il est dessiné retourné. Les angles A et A' , B et B' ont la même mesure. $AB = 4,5$ cm, $A'B' = 7,2$ cm et $BC = 6$ cm.

Alerte piège Détermine le rapport puis calcule $B'C'$. Choisir des côtés selon leur orientation sur la feuille, utiliser un rapport inverse, utiliser $\frac{1}{4}$ au lieu de $\frac{1}{4}^3$ pour un volume ou appliquer le rapport dans le mauvais sens entre l'objet réel et la maquette.

LA LEÇON

Reconnaître une transformation de taille

Un agrandissement ou une réduction transforme une figure en une figure de même forme, mais pas forcément de même taille. Les angles correspondants gardent la même mesure et les longueurs correspondantes restent proportionnelles. On dit que les deux figures sont semblables. Le nombre qui permet de passer de la figure de départ à la figure image s'appelle le rapport, noté k . Pour une longueur, la règle est : longueur image = $k \times$ longueur de départ. Cette règle est valable seulement si les deux figures sont reliées par un agrandissement ou une réduction de rapport k . Si $k > 1$, la figure image est plus grande : c'est un agrandissement. Si $0 < k < 1$, la figure image est plus petite : c'est une réduction. Si $k = 1$, les dimensions ne changent pas : il ne s'agit ni d'un agrandissement ni d'une réduction effective. Le rapport k est un nombre sans unité. En revanche, les longueurs conservent leur unité : des centimètres restent des centimètres, des mètres restent des mètres. Pour trouver k , tu divises toujours une longueur de l'image par la longueur correspondante de la figure de départ. Par exemple, si un segment de 6 cm devient un segment de 15 cm, $k = 15 \div 6 = 2,5$. Attention au sens : si tu passes de 15 cm à 6 cm,

le rapport vaut $6 \div 15 = 0,4$. Un même dessin peut donc être étudié dans les deux sens, avec deux rapports réciproques.

Le bon coefficient selon la grandeur étudiée

Grandeur de départ	Grandeur dans l'image	Condition et exemple
Longueur L	$k \times L$	Une longueur de 8 cm avec $k = 1,5$ devient 12 cm.
Périmètre P	$k \times P$	Le périmètre est une longueur totale : il suit donc le coefficient k.
Aire A	$k^2 \times A$	Une aire de 20 cm ² avec $k = \frac{1}{2}$ devient 5 cm ² .
Volume V	$k^3 \times V$	Un volume de 16 cm ³ avec $k = 2$ devient 128 cm ³ .

Calculer une longueur sans perdre le sens du rapport

Avant tout calcul, repère les deux figures et décide laquelle est la figure de départ. Ensuite, associe correctement les éléments homologues : les sommets qui portent des angles de même mesure se correspondent, puis les côtés situés entre les mêmes angles se correspondent. Une lettre ou un ordre de sommets donné dans l'énoncé peut aussi t'aider : si le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC, alors A correspond à A', B à B' et C à C'. Ne choisis pas deux longueurs au hasard. L'orientation sur la page ne donne aucune règle : une figure semblable peut avoir été tournée ou retournée. Ainsi, un côté horizontal dans une figure peut correspondre à un côté incliné ou vertical dans l'autre dessin. Compare plutôt les angles, les côtés adjacents et les sommets homologues. Écris ensuite le rapport sous la forme $k = \text{longueur image} \div \text{longueur de départ}$. Une fois k connu, calcule la longueur demandée. Si tu cherches une longueur image, multiplie la longueur de départ par k. Si tu cherches une longueur de départ, divise la longueur image par k. Exemple : un triangle T₁ a un côté de 7 cm. Son image T₂ est obtenue par un agrandissement de rapport 1,8. Le côté correspondant dans T₂ mesure $1,8 \times 7 = 12,6$ cm. Dans l'autre sens, si le côté de T₂ mesure 12,6 cm, alors celui de T₁ mesure $12,6 \div 1,8 = 7$ cm. Tu peux aussi utiliser un tableau de proportionnalité, à condition de placer dans une même colonne des grandeurs correspondantes. Cette organisation est utile lorsqu'un énoncé donne plusieurs dimensions. Vérifie enfin la cohérence : après un agrandissement, une longueur positive doit augmenter ; après une réduction, elle doit diminuer. Cette vérification rapide évite de nombreux résultats inversés.

Aires et volumes : la puissance dépend de la dimension

Pour deux figures planes liées par un agrandissement ou une réduction de rapport k, l'aire image est égale à $k^2 \times \text{aire de départ}$. Pour deux solides liés par un agrandissement ou une réduction de rapport k, le volume image est égal à $k^3 \times \text{volume de départ}$. Ces règles ne s'appliquent que lorsque toutes les dimensions correspondantes sont multipliées par le même rapport k.

Pourquoi l'aire utilise k² et le volume utilise k³

- Une aire dépend de deux longueurs. Si la longueur et la largeur sont chacune multipliées par k, l'aire est multipliée par $k \times k$, donc par k^2 .
- Le périmètre additionne des longueurs. Il est donc multiplié seulement par k, même pour une figure plane.
- Un volume dépend de trois dimensions. Si longueur, largeur et hauteur sont multipliées par k, le volume est multiplié par $k \times k \times k$, donc par k^3 .
- Pour $k = 2$, une aire est multipliée par 4 et un volume par 8. Le coefficient ne se transmet donc pas directement aux aires ni aux volumes.

Traiter une situation de maquette ou d'échelle

Les problèmes de maquette utilisent exactement la même idée, mais il faut être très rigoureux sur les unités. Une échelle 1 : 50 signifie que 1 unité sur la maquette correspond à 50 unités dans la réalité. Pour passer du réel à la

maquette, on utilise le rapport $k = 1 \div 50$. C'est une réduction. Pour passer de la maquette au réel, on utilise le rapport 50. C'est un agrandissement. Tu dois convertir les mesures dans la même unité avant de calculer. Par exemple, une longueur réelle de 4 m vaut 400 cm. À l'échelle 1 : 50, la longueur sur la maquette vaut $400 \div 50 = 8$ cm. Si l'on demande l'aire d'une pièce sur un plan, le rapport des aires est différent du rapport des longueurs : avec l'échelle 1 : 50, les aires sont multipliées par $1 \div 2\,500$ pour passer du réel au plan. Dans une question de volume, le rapport devient $1 \div 125\,000$. Tu n'as pas à mémoriser ces grands nombres isolément : calcule k^2 ou k^3 à partir du rapport donné. Lis aussi précisément les mots de l'énoncé. Une surface se mesure en unités d'aire, comme cm^2 ou m^2 . Une capacité géométrique se mesure en unités de volume, comme cm^3 ou m^3 . Une erreur d'unité peut rendre un raisonnement juste inutilisable.

Construire une rédaction solide

Au brevet, un calcul seul ne suffit pas toujours. Tu dois montrer quelle règle tu utilises et pourquoi elle s'applique. Commence par une phrase précise : « La figure B est l'image de la figure A par un agrandissement de rapport 1,4. » Écris ensuite la relation adaptée : « Les longueurs sont donc multipliées par 1,4. » Puis remplace avec les valeurs et donne l'unité. Pour une aire, annonce explicitement que les aires sont multipliées par k^2 ; pour un volume, annonce qu'ils sont multipliés par k^3 . Exemple : une pyramide a un volume de 30 cm^3 et subit un agrandissement de rapport 2. « Les volumes étant multipliés par 2^3 , le volume de la pyramide image est $2^3 \times 30 = 240 \text{ cm}^3$. » N'écris pas seulement « 2×30 », car ce serait la règle des longueurs, pas celle des volumes. Dans une figure géométrique, les longueurs de côtés, les rayons, les diamètres, les hauteurs et les diagonales sont toutes des longueurs : elles suivent k . Si un triangle rectangle est agrandi, le théorème de Pythagore reste applicable uniquement parce que le triangle image est encore rectangle. Dans un triangle ABC rectangle en A, l'hypoténuse est [BC], car elle est opposée à l'angle droit. Tu peux calculer une longueur par Pythagore, puis appliquer le rapport, ou appliquer le rapport aux deux côtés connus avant d'utiliser Pythagore. Dans les deux cas, garde la même unité et justifie chaque étape. Voilà ton plan de jeu : identifier les éléments homologues, choisir le sens de k , choisir k , k^2 ou k^3 , calculer, contrôler.

Exemples résolus

Longueur dans un agrandissement

Énoncé. Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par un agrandissement de rapport 1,6. AB = 7,5 cm. Calcule A'B'.

1. A'B' est une longueur image d'un agrandissement de rapport $k = 1,6$.
2. Les longueurs sont multipliées par 1,6.
3. $A'B' = 1,6 \times 7,5 = 12$.

Résultat : A'B' = 12 cm.

Aire d'une figure réduite

Énoncé. Un rectangle d'aire 96 cm^2 subit une réduction de rapport $\frac{1}{2}$. Calcule l'aire du rectangle image.

1. Il s'agit d'une aire, donc le coefficient à utiliser est k^2 .
2. $k^2 = \frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4}$.
3. Aire image = $\frac{1}{4} \times 96 = 24$.

Résultat : L'aire du rectangle image est 24 cm^2 .

Volume d'une maquette

Énoncé. Une maquette est une réduction de rapport $1 \div 10$ d'un solide de volume $3\,500 \text{ cm}^3$. Calcule le volume de la maquette.

1. Il s'agit d'un volume : on utilise k^3 .

2. $k^3 = (1 \div 10)^3 = 1 \div 1\,000$.

3. Volume de la maquette = $3\,500 \div 1\,000 = 3,5$.

Résultat : Le volume de la maquette est $3,5\text{ cm}^3$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle

Avant de calculer, indique si tu travailles sur une longueur, une aire ou un volume. Au brevet, cette phrase justifie le choix de k , k^2 ou k^3 .



Lis la figure avant les nombres

Repère d'abord les sommets et les angles homologues. Une figure peut être retournée ou tournée : ne te fie jamais seulement à son orientation sur la feuille.



Contrôle ton résultat

Après un agrandissement, vérifie que la grandeur positive obtenue est plus grande ; après une réduction, qu'elle est plus petite. Ce contrôle final est une habitude de rigueur.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Multiplier une aire par k au lieu de k^2 .	Une aire dépend de deux dimensions, chacune multipliée par k .	Écris d'abord la nature de la grandeur : longueur, aire ou volume, puis choisis k , k^2 ou k^3 .
Calculer k en divisant dans le mauvais sens.	Le rapport demandé dépend du passage entre la figure de départ et la figure image.	Écris au brouillon « image $\div$ départ » avant de remplacer les longueurs.
Associer deux côtés parce qu'ils ont la même orientation sur la feuille.	Une figure semblable peut être tournée ou retournée : l'horizontalité ou la verticalité ne permet pas d'identifier des côtés homologues.	Repère les angles égaux, les sommets homologues et les côtés compris entre ces sommets avant de calculer.
Oublier de convertir les unités dans un problème d'échelle.	Une division entre des mètres et des centimètres ne compare pas des mesures dans la même unité.	Convertis toutes les longueurs dans une seule unité avant tout calcul.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Trouve le rapport ★★★

Calcule le rapport de transformation.

1. Un segment de 4 cm devient un segment de 10 cm.
2. Un segment de 18 cm devient un segment de 6 cm.

2 Passe à la figure image ★★★

Calcule chaque longueur demandée.

1. Une figure est agrandie avec $k = 3$. Un côté mesure 4,2 cm au départ.
2. Une figure est réduite avec $k = 0,4$. Un rayon mesure 15 cm au départ.

3 Choisis la bonne règle ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Avec un rapport $k = 2$, une aire est multipliée par 4.
2. Avec un rapport $k = \frac{1}{2}$, un volume est divisé par 2.
3. Avec un rapport $k = 0,8$, le périmètre est multiplié par 0,8.

4 Change de dimension ★★★

Calcule la grandeur image en rédigeant l'opération adaptée.

1. Un disque d'aire 50 cm^2 est agrandi avec $k = 1,4$.
2. Un pavé droit de volume 72 cm^3 est réduit avec $k = \frac{1}{2}$.

5 Lis une échelle ★★★

Résous les situations de maquette.

1. Une maquette est à l'échelle 1 : 25. Une porte réelle mesure 2 m de haut. Calcule la hauteur de la porte sur la maquette en cm.
2. Sur un plan à l'échelle 1 : 100, un mur mesure 6,5 cm. Calcule sa longueur réelle en m.

6 Justifie comme au brevet ★★★

Rédige une réponse complète et justifiée.

Un cône a un volume de 45 cm^3 . On construit un cône semblable par agrandissement de rapport 2. Calcule son volume.

Un rectangle de périmètre 34 cm est réduit avec $k = \frac{1}{3}$. Calcule le périmètre de l'image et justifie.

ÉVALUATION

Réponds sans oublier les unités et justifie les calculs où une règle de transformation est utilisée.

Barème : 20 points

1. Un segment de 9 cm devient un segment de 13,5 cm. Calcule le rapport k . / 3
2. Un triangle est agrandi avec $k = 1,5$. Un côté mesure 8 cm avant transformation. Calcule la longueur correspondante. / 3

3. Une figure d'aire 36 cm^2 est réduite avec $k = \frac{1}{2}$. Calcule l'aire image. / 4
4. Un solide de volume 125 cm^3 est agrandi avec $k = 2$. Calcule le volume image. / 4
5. Une maquette est à l'échelle 1 : 40. Une longueur réelle est 3,2 m. Calcule la longueur sur la maquette en cm. / 3
6. Explique pourquoi une aire n'est pas multipliée par k mais par k^2 . / 3

Quiz de révision

1. Dans un agrandissement de rapport 1,2, une longueur de 5 cm devient :

- A) 4 cm B) 5,2 cm C) 6 cm D) 7,2 cm

2. Un rapport $k = 0,25$ correspond à :

- A) un agrandissement B) une réduction C) une conservation des dimensions
D) une aire multipliée par 0,25

3. Avec $k = 3$, une aire est multipliée par :

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 27

4. Avec $k = 3$, un volume est multiplié par :

- A) 3 B) 9 C) 18 D) 27

5. Une longueur image vaut 18 cm après un agrandissement de rapport 2. La longueur de départ vaut :

- A) 9 cm B) 16 cm C) 20 cm D) 36 cm

6. À l'échelle 1 : 50, une longueur de 4 cm sur la maquette correspond dans la réalité à :

- A) 0,08 cm B) 2 cm C) 50 cm D) 200 cm

7. Quel coefficient faut-il utiliser pour transformer une aire avec $k = \frac{1}{2}$?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 2

8. Le périmètre d'une figure est une grandeur qui suit :

- A) k B) k^2 C) k^3 D) $k \div 2$

9. Quelle phrase est correcte pour un volume après réduction de rapport $\frac{1}{2}$?

- A) Le volume est divisé par 2. B) Le volume est divisé par 4. C) Le volume est divisé par 8.
D) Le volume ne change pas.

Guide pour les parents

Demandez-lui d'expliquer son choix entre k , k^2 et k^3 avant de sortir la calculatrice ou de poser une opération.

- Proposez une seule question à la fois : « Est-ce une longueur, une aire ou un volume ? » Laissez-le ensuite mener le calcul et la rédaction.
- Sur une figure tournée, demandez-lui de justifier quels sommets et quels côtés se correspondent avant de lui demander le rapport.
- Faites-lui vérifier les unités dans les situations de maquette : il doit convertir lui-même et annoncer l'unité finale.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Comment savoir si je dois multiplier ou diviser par k ?

- R. Si tu passes de la figure de départ à son image, tu multiplies par k . Si tu remontes de l'image vers la figure de départ, tu divises par k .

Q. Comment repérer les côtés correspondants si une figure est tournée ?

- R. Cherche d'abord les angles de même mesure et les sommets homologues. Les côtés reliant deux sommets homologues se correspondent, même si leur orientation sur la page est différente.

Q. Le périmètre est-il multiplié par k^2 ?

R. Non. Le périmètre est une longueur totale, donc il est multiplié par k . Seules les aires utilisent k^2 .

Q. Une réduction peut-elle avoir un rapport négatif ?

R. Dans les problèmes usuels d'agrandissement et de réduction de tailles, le rapport k est positif. Une réduction vérifie $0 < k < 1$.

Q. Dois-je connaître les formules d'aire et de volume pour cette notion ?

R. Oui, car un énoncé peut demander de calculer une aire ou un volume avant ou après avoir appliqué le rapport.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Trouve le rapport

1. $k = 10 \div 4 = 2,5$. Le rapport se calcule par longueur image $\div$ longueur de départ.
2. $k = 6 \div 18 = \frac{1}{3}$. Le rapport est inférieur à 1 : c'est une réduction.

Exercice 2 : Passe à la figure image

1. Longueur image = $3 \times 4,2 = 12,6$ cm.
2. Rayon image = $0,4 \times 15 = 6$ cm.

Exercice 3 : Choisis la bonne règle

1. Vrai. $2^2 = 4$.
2. Faux : il est multiplié par $\frac{1}{2}^3$, donc divisé par 8. Un volume dépend de trois dimensions.
3. Vrai. Le périmètre est une longueur.

Exercice 4 : Change de dimension

1. Aire image = $1,4^2 \times 50 = 1,96 \times 50 = 98$ cm². Une aire est multipliée par k^2 .
2. Volume image = $\frac{1}{2}^3 \times 72 = \frac{1}{8} \times 72 = 9$ cm³. Un volume est multiplié par k^3 .

Exercice 5 : Lis une échelle

1. 2 m = 200 cm, puis $200 \div 25 = 8$. La porte mesure 8 cm sur la maquette. Il faut convertir avant d'appliquer la réduction.
2. Longueur réelle = $6,5 \times 100 = 650$ cm = 6,5 m. Du plan vers le réel, on applique le rapport 100.

Exercice 6 : Justifie comme au brevet

1. Les deux cônes sont liés par un agrandissement de rapport 2. Les volumes sont donc multipliés par 2^3 . Volume image = $2^3 \times 45 = 8 \times 45 = 360$ cm³. Le volume du cône agrandi est 360 cm³. La rédaction doit citer la règle des volumes avant le calcul.
2. Le périmètre est une longueur totale. Dans une réduction de rapport $\frac{1}{3}$, les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{3}$. Périmètre image = $\frac{1}{3} \times 34 = 34 \div 3$ cm, soit environ 11,3 cm. Le périmètre ne suit pas le coefficient des aires.

Corrigé de l'évaluation

1. $k = 13,5 \div 9 = 1,5$. / 3
2. La longueur image vaut $1,5 \times 8 = 12$ cm. / 3
3. Les aires sont multipliées par $\frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4}$. Aire image = $\frac{1}{4} \times 36 = 9$ cm². / 4
4. Les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$. Volume image = $8 \times 125 = 1\,000$ cm³. / 4
5. 3,2 m = 320 cm. Longueur sur la maquette = $320 \div 40 = 8$ cm. / 3
6. Une aire dépend de deux longueurs. Comme chacune est multipliée par k , l'aire est multipliée par $k \times k$, soit k^2 . / 3

Réponses du quiz

1. C) 6 cm. $1,2 \times 5 = 6$.
2. B) une réduction. Un rapport strictement compris entre 0 et 1 définit une réduction.
3. C) 9. Pour une aire, on utilise k^2 : $3^2 = 9$.
4. D) 27. Pour un volume, on utilise k^3 : $3^3 = 27$.
5. A) 9 cm. On remonte à la figure de départ en divisant : $18 \div 2 = 9$.
6. D) 200 cm. $4 \times 50 = 200$ cm.
7. B) $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4}$.
8. A) k. Un périmètre est une longueur totale.
9. C) Le volume est divisé par 8. $\frac{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$: le volume est donc divisé par 8.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « geometrie » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/geometrie/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/geometrie/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)