



Les fonctions linéaires en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★★

⌚ 45 min

Objectif : les fonctions linéaires

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Reconnaître, utiliser et représenter une fonction linéaire, et la relier à une situation de proportionnalité et à un pourcentage d'évolution.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Une fonction linéaire associe à tout nombre x le nombre ax , où a est un nombre fixe appelé coefficient.
- ▶ Sa représentation graphique est une droite qui passe obligatoirement par l'origine du repère.
- ▶ Une situation de proportionnalité peut se modéliser par une fonction linéaire : tu identifies le coefficient avant de calculer.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir reconnaître une situation de proportionnalité, écrire la formule $f(x) = ax$, calculer une image ou un antécédent, puis exploiter ou tracer une droite.

Type de question Calcul à justifier, lecture graphique, tableau de proportionnalité, question de cours et QCM d'automatismes.

Exemple type Une grandeur y est proportionnelle à x et vaut 18 lorsque x vaut 6. Détermine la fonction linéaire associée, puis calcule l'antécédent de 30.

Alerte piège Confondre une expression de la forme $ax + b$ avec une fonction linéaire, ou oublier que la droite doit passer par l'origine.

LA LEÇON

Reconnaître la forme d'une fonction linéaire

Une fonction linéaire est une fonction définie par une formule de la forme $f(x) = ax$. La lettre x désigne un nombre que l'on choisit : c'est la variable. La lettre a désigne un nombre fixé une fois pour toutes : c'est le coefficient de la fonction linéaire. La fonction f qui vérifie $f(x) = 4x$ est donc linéaire, de coefficient 4. Si x vaut 3, alors $f(3) = 4 \times 3 = 12$. Attention à la structure exacte : $f(x) = ax$, sans nombre ajouté ni retiré. La formule $g(x) = 5x - 2$ n'est pas une fonction linéaire, car le nombre -2 est ajouté après le produit. La formule $h(x) = -3x$ est bien une fonction linéaire, de coefficient -3 . Le coefficient peut être positif, négatif, nul, entier, décimal ou fractionnaire. Lorsque $a = 0$, la fonction est définie par $f(x) = 0$ pour toute valeur de x : c'est encore une fonction linéaire. Pour reconnaître rapidement une fonction linéaire, tu vérifies que chaque terme contenant x est réduit à un seul produit $a \times x$ et qu'aucun terme constant ne reste. Par exemple, $2(x + 3)$ n'est pas une expression de la forme ax , car elle vaut $2x + 6$. En revanche, $-0,5x$ est de la forme ax . Ne confonds pas le coefficient a avec l'image $f(x)$: le coefficient ne dépend jamais de x , tandis que l'image change lorsque x change. C'est ton premier contrôle de rigueur avant toute série de calculs.

Le vocabulaire à employer avec précision

Si $f(x) = ax$, x est un antécédent de $f(x)$, et $f(x)$ est l'image de x par f . Dans $f(x) = -2x$, l'image de 5 est $f(5) = -10$. Réciproquement, 5 est un antécédent de -10 . Un même nombre peut avoir plusieurs antécédents pour certaines fonctions, mais pour une fonction linéaire de coefficient non nul, chaque image possède un seul antécédent. Si le coefficient est nul, seule l'image 0 possède des antécédents : tous les nombres sont alors des antécédents de 0.

Images et antécédents : deux calculs différents

Question posée	Méthode	Exemple avec $f(x) = 3x$
Calculer l'image de -4	Remplace x par -4 dans la formule, puis calcule.	$f(-4) = 3 \times (-4) = -12$.
Chercher l'antécédent de 21	Écris $f(x) = 21$, puis résous l'équation.	$3x = 21$, donc $x = 7$.
Chercher l'antécédent de -6	Garde l'inconnue x jusqu'à la fin du calcul.	$3x = -6$, donc $x = -2$.
Vérifier un résultat	Remplace x par la valeur trouvée.	$f(-2) = 3 \times (-2) = -6$.

Ton plan de jeu pour calculer sans erreur

- Pour une image, recopie d'abord la formule. Remplace ensuite x par le nombre demandé, en mettant ce nombre entre parenthèses s'il est négatif. Avec $p(x) = -4x$ et $x = -3$, écris $p(-3) = -4 \times (-3) = 12$. Les deux signes négatifs donnent un produit positif.
- Pour un antécédent, traduis la question par une égalité. Chercher l'antécédent de 15 par $q(x) = -5x$ revient à résoudre $-5x = 15$. En divisant les deux membres par -5 , tu obtiens $x = -3$. Écrire seulement « -3 » ne suffit pas toujours : la ligne d'équation montre ta méthode.
- Pour un tableau de valeurs, choisis ou utilise les valeurs de x indiquées, puis multiplie chaque valeur par le coefficient. Si $r(x) = \frac{1}{2}x$, l'image de 8 est $\frac{1}{2} \times 8 = 4$. Ne transforme pas $\frac{1}{2}x$ en $\frac{1}{2} + x$: il s'agit d'un produit.
- Pour contrôler, estime le signe du résultat. Si le coefficient est négatif, une valeur positive de x doit avoir une image négative. Si ton calcul donne l'inverse, reprends les signes avant de passer à la suite.
- Pour rédiger, nomme clairement la fonction et utilise les notations adaptées. Écris « $f(6) = 18$ », pas « $f = 18$ », car 18 est l'image de 6, non la fonction entière.

Tracer et lire une représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f(x) = ax$ est une droite qui passe par l'origine du repère, c'est-à-dire le point O de coordonnées (0 ; 0). Cette propriété est valable uniquement pour une fonction de la forme ax : en effet, $f(0) = a \times 0 = 0$. Pour tracer la droite, commence donc par placer O. Choisis ensuite une valeur simple de x , calcule son image et place le point correspondant. Pour $f(x) = 2x$, tu peux prendre $x = 3$: $f(3) = 6$. Tu places A(3 ; 6), puis tu traces la droite passant par O et A à la règle. Deux points distincts déterminent une droite, donc O et A suffisent. Si le coefficient est une fraction, choisis une abscisse qui facilite le calcul. Pour $f(x) = \frac{3}{4}x$, prendre $x = 4$ donne $f(4) = 3$: le point A(4 ; 3) est facile à placer. Si le coefficient est négatif, la droite descend lorsque l'on va de gauche à droite. Pour $f(x) = -2x$, le point B(1 ; -2) appartient à la droite. Sur un graphique, l'image d'un nombre se lit verticalement : tu pars de l'abscisse sur l'axe horizontal, tu rejoins la droite, puis tu lis l'ordonnée. Un antécédent se lit horizontalement : tu pars de l'ordonnée, tu rejoins la droite, puis tu lis l'abscisse. Vérifie toujours l'échelle des axes : une graduation horizontale et une graduation verticale ne représentent pas forcément la même unité. Une droite qui ne passe pas par O ne peut pas représenter une fonction linéaire, même si elle semble régulière.

Fonction linéaire et proportionnalité

Une situation est de proportionnalité lorsque deux grandeurs sont liées par un même coefficient multiplicateur. Si y est proportionnel à x avec le coefficient a , alors $y = ax$: la relation est une fonction

linéaire. Cette règle s'applique seulement si le rapport $y \div x$ est constant pour les valeurs non nulles de x . Par exemple, si un kilogramme d'un produit coûte 6 €, alors le prix y , en euros, de x kilogrammes est $y = 6x$. La fonction $y = 6x$ est linéaire, de coefficient 6. Le point de coordonnées $(0 ; 0)$ a du sens : aucun kilogramme coûte 0 €. En revanche, un tarif formé d'un montant fixe puis d'un prix par unité n'est pas proportionnel. Une expression comme $y = 3x + 8$ ne définit donc pas une fonction linéaire : pour $x = 0$, on obtient 8 et non 0.

Relier coefficient et pourcentage d'évolution

Les pourcentages d'évolution se traduisent souvent par des fonctions linéaires lorsque l'on compare une valeur initiale x à une valeur finale y . Après une augmentation de 20 %, on obtient $y = 1,2x$: la valeur finale est l'image de x par la fonction linéaire de coefficient 1,2. Le coefficient 1,2 se construit ainsi : 100 % de la valeur initiale, plus 20 %, soit 120 %, donc 1,2 fois la valeur initiale. Après une réduction de 15 %, on obtient $y = 0,85x$, car il reste 85 % de la valeur initiale. Une hausse de 7 % donne $y = 1,07x$; une baisse de 7 % donne $y = 0,93x$. Ne confonds jamais le pourcentage d'évolution et le coefficient multiplicateur : 20 % correspond à 0,2 pour la seule augmentation, mais le coefficient qui donne la valeur finale est 1,2. De même, une réduction de 30 % ne signifie pas multiplier par $-0,3$: la valeur finale est multipliée par 0,7. Si l'on demande seulement le montant de la diminution, il s'agit de $0,3x$, qui est aussi une fonction linéaire. Lis donc avec soin ce que représente la grandeur cherchée : la valeur après évolution ou la variation elle-même. Pour finir ta révision, entraîne-toi à passer d'une phrase, d'un tableau, d'une formule et d'un graphique à l'autre. C'est cette souplesse qui fera la différence dans la finale.

Exemples résolus

Calculer une image puis un antécédent

Énoncé. Soit f la fonction définie par $f(x) = -4x$. Calcule $f(-2)$, puis cherche l'antécédent de 28.

1. Pour l'image de -2 , je remplace x par -2 dans la formule : $f(-2) = -4 \times (-2)$.
2. Le produit de deux nombres négatifs est positif : $f(-2) = 8$.
3. Pour l'antécédent de 28, j'écris l'équation $f(x) = 28$, soit $-4x = 28$.
4. Je divise les deux membres par -4 : $x = -7$.
5. Je vérifie : $f(-7) = -4 \times (-7) = 28$.

Résultat : L'image de -2 est 8 et l'antécédent de 28 est -7 .

Passer d'une proportionnalité à une fonction

Énoncé. Une quantité de 5 unités coûte 17,5 €. Exprime le prix $P(x)$, en euros, de x unités si le prix est proportionnel à la quantité. Calcule ensuite $P(8)$.

1. Le prix est proportionnel à la quantité : $P(x)$ est de la forme ax .
2. Je calcule le coefficient de proportionnalité : $17,5 \div 5 = 3,5$.
3. Donc $P(x) = 3,5x$.
4. Je calcule le prix de 8 unités : $P(8) = 3,5 \times 8 = 28$.

Résultat : $P(x) = 3,5x$ et $P(8) = 28$ €.

Utiliser un pourcentage comme coefficient

Énoncé. Une grandeur initiale x augmente de 25 %. Exprime la grandeur finale y en fonction de x , puis calcule y lorsque $x = 48$.

1. Après une augmentation de 25 %, la grandeur finale représente 125 % de la grandeur initiale.
2. 125 % correspond au coefficient 1,25.
3. La fonction qui donne la grandeur finale est donc $y = 1,25x$.

4. Pour $x = 48$, je calcule $y = 1,25 \times 48 = 60$.

Résultat : $y = 1,25x$ et, pour $x = 48$, $y = 60$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle utilisée

Avant un calcul, écris la formule de la fonction ou l'équation à résoudre. Au brevet, une ligne bien posée sécurise ton raisonnement et tes points.



Fais un contrôle de cohérence

Avec un coefficient négatif, une abscisse positive doit donner une image négative. Vérifie aussi qu'une droite de fonction linéaire passe par 0 avant de valider.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Affirmer que $g(x) = 4x + 1$ est une fonction linéaire.	Une fonction linéaire doit être exactement de la forme ax et vérifier $f(0) = 0$.	Remplace mentalement x par 0 : si le résultat n'est pas 0, la fonction n'est pas linéaire.
Chercher l'antécédent de 18 par $f(x) = 3x$ en calculant $f(18)$.	Tu calcules alors une image, alors que l'antécédent est le nombre x qui a pour image 18.	Écris systématiquement l'équation $3x = 18$ avant de résoudre.
Tracer une droite sans placer l'origine pour représenter $f(x) = ax$.	Le point $O(0 ; 0)$ appartient obligatoirement à la représentation de toute fonction linéaire.	Place 0 en premier, puis calcule les coordonnées d'un second point.
Après une baisse de 20 %, multiplier la valeur initiale par 0,2.	0,2 donne le montant de la baisse, pas la valeur restante.	Calcule ce qui reste : $100 \% - 20 \% = 80 \%$, donc multiplie par 0,8.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Reconnaître les fonctions linéaires ★★★

Indique les expressions qui définissent une fonction linéaire et donne leur coefficient.

1. $f(x) = 7x$
2. $g(x) = -3x + 4$
3. $h(x) = \frac{1}{2}x$

2 Calculer des images ★★★

Calcule les images demandées.

1. Pour $f(x) = 5x$, calcule $f(-3)$.
2. Pour $g(x) = -2x$, calcule $g(6)$.
3. Pour $h(x) = 0,4x$, calcule $h(25)$.

3 Retrouver les antécédents ★★★

Résous les équations pour trouver les antécédents demandés.

1. Pour $f(x) = 4x$, cherche l'antécédent de 28.
2. Pour $g(x) = -3x$, cherche l'antécédent de 15.
3. Pour $h(x) = \frac{1}{2}x$, cherche l'antécédent de 9.

4 Compléter un tableau ★★★

Complète mentalement les valeurs de la fonction f définie par $f(x) = -1,5x$.

1. Calcule $f(-4)$.
2. Calcule $f(2)$.
3. Trouve x tel que $f(x) = 9$.

5 Traduire une évolution ★★★

Écris la fonction qui donne la valeur finale y en fonction de la valeur initiale x .

1. La valeur x augmente de 30 %.
2. La valeur x diminue de 40 %.
3. La valeur initiale est 70 et elle augmente de 10 %.

6 Contrôler les propriétés ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifie.

1. La représentation de $f(x) = -5x$ passe par 0.
2. La fonction $g(x) = 2x + 3$ est une fonction linéaire.
3. Si $f(x) = 0$, alors tous les nombres ont pour image 0.

7 Modéliser une situation ★★★

Rédige une réponse complète en justifiant le modèle choisi.

Une machine produit 45 pièces en 3 heures à cadence constante. Exprime le nombre $P(x)$ de pièces produites en x heures, puis calcule $P(8)$.

8 Préparer un tracé rigoureux ★★★

Donne les coordonnées de deux points permettant de tracer chaque droite.

1. Représente la fonction $f(x) = 3x$.
2. Représente la fonction $g(x) = -\frac{1}{2}x$.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et vérifie tes résultats avant de passer à l'item suivant.

Barème : 20 points

1. Indique si $f(x) = -6x$ est une fonction linéaire et donne son coefficient. / 2
2. Pour $f(x) = -6x$, calcule $f(-4)$. / 3
3. Pour $f(x) = -6x$, cherche l'antécédent de -54 . / 3
4. Une grandeur y est proportionnelle à x . On sait que $y = 32$ lorsque $x = 8$. Exprime y en fonction de x . / 4
5. Donne deux points de la représentation de la fonction $g(x) = \frac{3}{4}x$. / 3
6. Une valeur initiale x diminue de 25 %. Écris la fonction donnant la valeur finale y , puis calcule y pour $x = 80$. / 5

Quiz de révision

1. Quelle formule définit une fonction linéaire ?

- A) $f(x) = 3x$ B) $f(x) = 3x + 1$ C) $f(x) = x^2$ D) $f(x) = 3 \div x$

2. Quel est le coefficient de $f(x) = -2,5x$?

- A) $-2,5$ B) $2,5$ C) x D) 0

3. Pour $f(x) = 7x$, quelle est l'image de -2 ?

- A) -14 B) -9 C) 5 D) 14

4. Pour $f(x) = 4x$, quel est l'antécédent de 36 ?

- A) 9 B) 32 C) 40 D) 144

5. Par quel point passe toujours la représentation d'une fonction linéaire ?

- A) $O(0 ; 0)$ B) $A(1 ; 1)$ C) $B(0 ; 1)$ D) $C(1 ; 0)$

6. Quelle expression ne définit pas une fonction linéaire ?

- A) $-x$ B) $0,2x$ C) $5x - 4$ D) $\frac{3}{4}x$

7. Une valeur augmente de 15 %. Quel coefficient donne la valeur finale ?

- A) $0,15$ B) $0,85$ C) $1,15$ D) 15

8. Une valeur diminue de 30 %. Quel coefficient donne la valeur finale ?

- A) $-0,3$ B) $0,3$ C) $0,7$ D) $1,3$

9. Si $f(x) = 0$, quelle affirmation est correcte ?

- A) f est une fonction linéaire de coefficient 0 . B) f n'est pas une fonction. C) f a pour coefficient x .
D) $f(x)$ vaut toujours x .

Guide pour les parents

Laissez votre adolescent expliquer la méthode à voix haute : reformuler une règle révèle vite ce qui est compris ou non.

- Proposez une formule simple, puis demandez alternativement une image et un antécédent sans donner la première étape.
- Demandez une vérification finale : remplacement dans la formule, signe du résultat et passage éventuel par l'origine sur un graphique.

Temps conseillé : ~20 min.

Questions fréquentes

Q. Comment savoir si une droite représente une fonction linéaire ?

R. Elle doit être une droite et passer par l'origine $O(0 ; 0)$. Si elle ne passe pas par O , elle ne représente pas une fonction de la forme ax .

Q. Le coefficient d'une fonction linéaire peut-il être négatif ?

R. Oui. Par exemple, $f(x) = -2x$ est une fonction linéaire de coefficient -2 .

Q. Pourquoi l'antécédent demande-t-il une équation ?

R. Tu cherches la valeur inconnue x qui produit une image donnée. L'égalité entre la formule et l'image demandée permet de trouver x .

Q. Une augmentation de 10 % correspond-elle au coefficient 0,1 ?

R. Non, $0,1$ correspond au montant de l'augmentation. Pour obtenir la valeur finale, le coefficient multiplicateur est $1,1$.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Reconnaître les fonctions linéaires

1. C'est une fonction linéaire de coefficient 7. La formule est exactement de la forme ax .
2. Ce n'est pas une fonction linéaire. Le terme $+4$ empêche d'obtenir une formule de la forme ax .
3. C'est une fonction linéaire de coefficient $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}x$ signifie $\frac{1}{2} \times x$.

Exercice 2 : Calculer des images

1. $f(-3) = 5 \times (-3) = -15$.
2. $g(6) = -2 \times 6 = -12$.
3. $h(25) = 0,4 \times 25 = 10$.

Exercice 3 : Retrouver les antécédents

1. $4x = 28$, donc $x = 7$.
2. $-3x = 15$, donc $x = -5$.
3. $\frac{1}{2}x = 9$, donc $x = 18$.

Exercice 4 : Compléter un tableau

1. $f(-4) = -1,5 \times (-4) = 6$.
2. $f(2) = -1,5 \times 2 = -3$.
3. $-1,5x = 9$, donc $x = -6$.

Exercice 5 : Traduire une évolution

1. $y = 1,3x$. Après l'augmentation, la valeur représente 130 % de x .
2. $y = 0,6x$. Après la diminution, il reste 60 % de x .
3. $y = 1,1 \times 70 = 77$. Le coefficient multiplicateur d'une hausse de 10 % est 1,1.

Exercice 6 : Contrôler les propriétés

1. Vrai. $f(0) = -5 \times 0 = 0$, donc $O(0 ; 0)$ appartient à la droite. Toute fonction de la forme ax a pour image 0 lorsque x vaut 0.
2. Faux. $g(0) = 3$ et non 0 ; la formule n'est pas de la forme ax . Le terme constant $+3$ est incompatible avec une fonction linéaire.
3. Vrai. Pour tout nombre x , $0 \times x = 0$. Le coefficient de cette fonction linéaire est nul.

Exercice 7 : Modéliser une situation

1. La production est proportionnelle au temps car la cadence est constante. Le coefficient est $45 \div 3 = 15$. Donc $P(x) = 15x$. Ainsi $P(8) = 15 \times 8 = 120$. En 8 heures, la machine produit 120 pièces. La rédaction doit citer la proportionnalité, calculer le coefficient et conclure avec l'unité.

Exercice 8 : Préparer un tracé rigoureux

1. $O(0 ; 0)$ et $A(2 ; 6)$ conviennent, car $f(2) = 6$. La droite doit passer par l'origine et par un second point calculé.
2. $O(0 ; 0)$ et $B(4 ; -2)$ conviennent, car $g(4) = -2$. Choisir 4 évite une ordonnée fractionnaire.

Corrigé de l'évaluation

1. Oui, $f(x)$ est de la forme ax avec $a = -6$. Son coefficient est -6 . / 2
2. $f(-4) = -6 \times (-4) = 24$. / 3
3. $-6x = -54$, donc $x = 9$. / 3
4. Le coefficient de proportionnalité est $32 \div 8 = 4$. Donc $y = 4x$. / 4
5. $O(0 ; 0)$ et $A(4 ; 3)$ conviennent, car $g(4) = \frac{3}{4} \times 4 = 3$. / 3
6. Après une baisse de 25 %, il reste 75 % de la valeur initiale. Donc $y = 0,75x$. Pour $x = 80$, $y = 0,75 \times 80 = 60$. / 5

Réponses du quiz

1. **A) $f(x) = 3x$.** Une fonction linéaire est de la forme ax .
2. **A) $-2,5$.** Le coefficient est le nombre qui multiplie x .
3. **A) -14 .** $f(-2) = 7 \times (-2) = -14$.
4. **A) 9.** Il faut résoudre $4x = 36$, donc $x = 9$.
5. **A) $O(0 ; 0)$.** Pour toute fonction $f(x) = ax$, $f(0) = 0$.
6. **C) $5x - 4$.** $5x - 4$ contient un terme constant et n'est pas de la forme ax .

7. **C) 1,15.** Après une hausse de 15 %, la valeur finale représente 115 % de la valeur initiale.
8. **C) 0,7.** Après une baisse de 30 %, il reste 70 % de la valeur initiale.
9. **A) f est une fonction linéaire de coefficient 0.** La formule $f(x) = 0$ s'écrit aussi $f(x) = 0x$.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](#)
- › **Le domaine « fonctions » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/fonctions/](#)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](#)