

Les probabilités en 3^e : cours, méthodes et exercices pour le brevet

3^e

Difficulté ★★



50 min

Objectif : calculer des probabilités

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité, y compris lors d'une expérience à deux épreuves, et interpréter le résultat.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Une probabilité mesure la chance qu'un événement se réalise dans une expérience aléatoire.
- ▶ En situation d'équiprobabilité, tu divises le nombre d'issues favorables par le nombre total d'issues possibles.
- ▶ Pour deux épreuves successives, organise les résultats avec un arbre ou un tableau avant de calculer.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois modéliser une situation aléatoire, calculer une probabilité et rédiger une conclusion avec une fraction exacte ou une valeur demandée.

Type de question Calcul à justifier, lecture, construction ou complément d'arbre, tableau de résultats, QCM d'automatismes et interprétation d'une fréquence.

Exemple type Une boîte contient 2 jetons noirs et 3 jetons blancs. Deux jetons sont tirés sans remise. Calcule la probabilité d'obtenir exactement un jeton noir.

Alerte piège Oublier que l'ordre crée plusieurs chemins pour « exactement un », ou conserver le même dénominateur au second tirage sans remise.

LA LEÇON

Comprendre ce que l'on calcule

Une expérience aléatoire est une situation dont on connaît les résultats possibles, mais dont on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat avant de la réaliser. Lancer un dé, tirer une carte ou choisir au hasard une boule dans une urne sont des expériences aléatoires. Les résultats possibles s'appellent les issues. L'ensemble de toutes les issues forme l'univers, souvent noté Ω . Si tu lances un dé équilibré à six faces, $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$. Écrire l'univers évite les oublis : c'est le départ propre de ton raisonnement. Un événement est un ensemble d'une ou plusieurs issues. Avec le dé, l'événement A : « obtenir un nombre pair » correspond aux issues $\{2 ; 4 ; 6\}$. L'événement B : « obtenir un nombre strictement supérieur à 6 » est impossible, car aucune issue de l'univers ne le réalise. Sa probabilité est 0. À l'inverse, l'événement C : « obtenir un nombre compris entre 1 et 6 » est certain : toutes les issues le réalisent. Sa probabilité est 1. Une probabilité est toujours un nombre compris entre 0 et 1. Elle peut s'écrire sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage. Par exemple, $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$. Une probabilité de 0,2 ne signifie pas que l'événement va forcément se produire deux fois sur dix essais : elle indique une tendance sur un grand nombre de répétitions dans les mêmes conditions. Reste précis : une probabilité parle d'une chance, pas d'une certitude.

La formule à utiliser en équiprobabilité

Tu peux utiliser $P(A) = \text{nombre d'issues favorables à A} \div \text{nombre total d'issues possibles}$ UNIQUEMENT si toutes les issues élémentaires ont la même chance d'être obtenues. Un dé équilibré convient ; un dé truqué ne convient pas. Dans une urne, chaque boule doit avoir la même chance d'être tirée.

Vocabulaire indispensable

Mot	Sens	Exemple avec un dé équilibré
Issue	Résultat unique de l'expérience	Obtenir 5
Univers	Liste de tous les résultats possibles	{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}
Événement	Ensemble d'issues	Obtenir un nombre impair
Événement contraire	Événement qui se produit quand le premier ne se produit pas	Ne pas obtenir un nombre impair
Équiprobabilité	Toutes les issues ont la même probabilité	Chaque face a la probabilité 1/6

Calculer sans brûler les étapes

Voici ton plan de jeu pour une expérience simple. D'abord, identifie l'expérience et vérifie que les issues sont équiprobables. Ensuite, écris l'univers ou indique clairement son nombre d'issues. Puis définis l'événement demandé et compte les issues favorables. Enfin, applique la formule, simplifie la fraction si possible et interprète le résultat. Exemple : une roue équilibrée porte les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8. On note A l'événement « obtenir un multiple de 3 ». L'univers contient 8 issues équiprobables. Les issues favorables sont 3 et 6 : il y en a 2. Donc $P(A) = 2/8 = 1/4$. Tu peux conclure : la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est 1/4. Ne compte pas le nombre 0 s'il n'est pas écrit sur la roue, et ne confonds pas multiple de 3 avec chiffre contenant un 3. L'événement contraire de A se note souvent non A. Il contient toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A. Si A est « obtenir un nombre pair » avec un dé, non A est « obtenir un nombre impair ». Les probabilités vérifient $P(A) + P(\text{non A}) = 1$. Cette égalité est valable parce que, pour chaque résultat, exactement un des deux événements se produit. Elle permet souvent un calcul plus rapide. Par exemple, sur un dé, $P(\text{obtenir au moins 2}) = 1 - P(\text{obtenir 1}) = 1 - 1/6 = 5/6$. Deux événements peuvent être incompatibles : ils ne peuvent pas se réaliser en même temps lors d'une même expérience. « Obtenir 2 » et « obtenir 5 » sur un seul lancer sont incompatibles. Si A et B sont incompatibles, $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$. Cette règle est valable UNIQUEMENT lorsque A et B n'ont aucune issue commune. Pour « obtenir un nombre pair » et « obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 », les événements ont en commun 4 et 6 : additionner directement leurs probabilités compterait deux fois ces issues.

Choisir la bonne écriture

- Écris une fraction quand tu comptes des issues : elle montre immédiatement ton raisonnement.
- Simplifie la fraction finale : 4/12 devient 1/3.
- Utilise un pourcentage seulement si la question le demande ou si tu interprètes une fréquence attendue.
- Écris $P(A) = 0$ pour un événement impossible et $P(A) = 1$ pour un événement certain.
- Vérifie que ton résultat est entre 0 et 1 : 7/6 signale forcément une erreur de comptage ou de dénominateur.

Deux épreuves : arbre, tableau et produit

Une expérience à deux épreuves comporte deux choix successifs, par exemple lancer deux fois une pièce ou tirer deux jetons l'un après l'autre. Tu dois distinguer deux situations. Lorsqu'on remet le premier jeton dans l'urne avant le second tirage, la composition de l'urne ne change pas : les probabilités du second tirage restent les mêmes. Lorsqu'on ne remet pas le jeton, la composition change : les probabilités du second tirage dépendent du premier résultat. L'arbre de probabilités est particulièrement utile quand les probabilités changent. Pour le construire, trace d'abord une branche par résultat possible de la première épreuve. À partir de l'extrémité de chacune de ces branches, trace les branches correspondant aux résultats possibles de la seconde épreuve.

Inscris ensuite les probabilités sur chaque branche en tenant compte, si besoin, des jetons retirés. Chaque chemin complet correspond à un résultat de l'expérience. Pour calculer la probabilité d'un chemin, tu multiplies les probabilités inscrites sur ses branches. Cette règle s'applique à un chemin précis : « rouge puis bleu », par exemple. Dans une urne contenant 3 jetons rouges et 2 jetons bleus, on tire deux jetons sans remise. La probabilité de rouge puis bleu est $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. Après avoir tiré un rouge, il reste 2 rouges et 2 bleus sur 4 jetons : voilà pourquoi la seconde fraction est $\frac{2}{4}$. Pour calculer un événement réalisable par plusieurs chemins, additionne les probabilités de ces chemins lorsqu'ils sont incompatibles. Dans la même urne, « obtenir une boule de chaque couleur » correspond à rouge puis bleu ou bleu puis rouge. Ces deux ordres ne peuvent pas arriver simultanément. $P(\text{une boule de chaque couleur}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$. Un tableau à double entrée est pratique lorsque les deux épreuves ont le même nombre de résultats simples, comme deux lancers de dé. Pour le construire, place les résultats du premier lancer en ligne et ceux du second lancer en colonne. Chaque case représente alors un couple ordonné, par exemple (2 ; 5), ou la somme correspondante si la question porte sur les sommes. Avec deux dés équilibrés, il y a $6 \times 6 = 36$ couples équiprobables. Pour « obtenir une somme égale à 7 », les couples favorables sont (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2) et (6 ; 1). Donc la probabilité vaut $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Attention : (2 ; 5) et (5 ; 2) sont deux chemins distincts, même si leur somme est identique.

Fréquence observée et probabilité

La fréquence observée se calcule après des essais : nombre de réalisations de l'événement ÷ nombre total d'essais. La probabilité est une valeur théorique quand le modèle est connu. Plus on répète une expérience dans les mêmes conditions, plus la fréquence a tendance à se rapprocher de la probabilité, sans lui être forcément égale.

Exemples résolus

Une carte numérotée

Énoncé. On choisit au hasard une carte parmi les cartes numérotées de 1 à 10. Calcule la probabilité d'obtenir un nombre premier.

1. Les 10 cartes ont la même chance d'être choisies : il y a équiprobabilité.
2. Les nombres premiers compris entre 1 et 10 sont 2, 3, 5 et 7.
3. Il y a 4 issues favorables sur 10 issues possibles.
4. $P(\text{nombre premier}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Résultat : La probabilité d'obtenir un nombre premier est $\frac{2}{5}$.

Deux tirages sans remise

Énoncé. Une urne contient 4 jetons verts et 1 jeton jaune. On tire deux jetons successivement sans remise. Calcule la probabilité d'obtenir deux jetons verts.

1. Le premier jeton doit être vert : sa probabilité est $\frac{4}{5}$.
2. Après un jeton vert tiré, il reste 3 jetons verts parmi 4 jetons.
3. Le chemin « vert puis vert » a pour probabilité $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$.
4. $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

Résultat : La probabilité d'obtenir deux jetons verts est $\frac{3}{5}$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la condition

Avant une fraction, précise que les issues sont équiprobables. Au brevet, cette courte justification valide ta méthode.



Contrôle final

Relis ton dénominateur et vérifie que la probabilité est comprise entre 0 et 1. Une fraction simplifiée rend ton résultat plus lisible.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $3/6$ pour un événement comportant trois issues favorables alors que l'univers contient huit issues.	Le dénominateur doit compter toutes les issues possibles de l'expérience, pas seulement une partie de la liste.	Écris l'univers ou son effectif avant de compter les issues favorables.
Garder la même probabilité au second tirage sans remise.	Le premier tirage modifie le nombre de jetons restants et parfois leur couleur.	Après chaque première branche de l'arbre, recompte les jetons restants.
Additionner des probabilités d'événements qui ont des issues communes.	Les issues communes seraient comptées deux fois.	Liste les issues ou utilise un tableau pour vérifier si les événements sont incompatibles.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Repérer les issues ★★★

Écris l'univers puis réponds.

1. On lance un dé équilibré à six faces. Écris Ω .
2. Donne la probabilité d'obtenir 8.

2 Calculer en équiprobabilité ★★★

Calcule chaque probabilité.

1. Une roue équilibrée comporte 12 secteurs, dont 5 rouges. Calcule $P(\text{rouge})$.
2. Calcule $P(\text{ne pas obtenir rouge})$.

3 Vérifier les affirmations ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. La probabilité d'un événement certain est 1.
2. Une probabilité peut être égale à 1,4.
3. Pour un dé équilibré, $P(\text{obtenir un nombre impair}) = 1/2$.

4 Compter les couples ★★★

Calcule la probabilité demandée.

1. On lance deux dés équilibrés. Calcule la probabilité que la somme soit égale à 3.
2. On lance deux dés équilibrés. Calcule la probabilité d'obtenir deux résultats identiques.

5 Suivre un arbre ★★★

Calcule les probabilités en justifiant les fractions du second tirage.

1. Une urne contient 3 boules bleues et 2 boules rouges. On tire deux boules sans remise. Calcule $P(\text{bleue puis rouge})$.
2. Calcule $P(\text{obtenir deux boules rouges})$.

6 Additionner les bons chemins ★★★

Rédige le calcul de la probabilité demandée.

Dans l'urne précédente, calcule la probabilité d'obtenir exactement une boule rouge lors des deux tirages sans remise.

7 Interpréter une fréquence ★★★

Analyse la situation et rédige une réponse complète.

Lors de répétitions d'une expérience, la fréquence observée d'un événement est différente de sa probabilité théorique. Explique pourquoi ce résultat n'est pas forcément une erreur.

ÉVALUATION

Traite chaque question avec une rédaction et des calculs lisibles.

Barème : 20 points

1. Un sac contient 7 jetons jaunes et 3 jetons violets. Calcule la probabilité de tirer un jeton violet. / 3
2. Calcule la probabilité de ne pas tirer un jeton violet. / 2
3. On lance deux pièces équilibrées. Donne l'univers des résultats ordonnés. / 3
4. Calcule la probabilité d'obtenir exactement une face avec deux pièces équilibrées. / 4
5. Une urne contient 2 boules noires et 3 boules blanches. On tire deux boules sans remise. Calcule $P(\text{noire puis blanche})$. / 4
6. Dans la même urne, calcule $P(\text{obtenir deux boules de même couleur})$. / 4

Quiz de révision

1. Dans un dé équilibré, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4 ?
A) $1/6$ B) $1/3$ C) $1/2$ D) $2/3$
2. Quelle valeur ne peut pas être une probabilité ?
A) 0 B) $3/8$ C) 1 D) $5/4$
3. Avec un dé équilibré, l'événement contraire de « obtenir un nombre pair » est :
A) obtenir 2 B) obtenir un nombre impair C) obtenir un nombre supérieur à 3 D) obtenir 6
4. Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules bleues. Quelle est $P(\text{rouge})$?
A) $2/5$ B) $4/6$ C) $1/4$ D) $3/5$
5. Lors de deux lancers de pièce, combien y a-t-il de résultats ordonnés possibles ?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6
6. Sans remise, après avoir tiré une boule rouge parmi 3 rouges et 2 bleues, combien de boules restent-elles ?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
7. Dans un arbre, pour calculer la probabilité d'un chemin complet, on doit :
A) additionner les branches B) multiplier les branches C) soustraire les branches D) diviser les branches
8. Avec deux dés équilibrés, combien de couples donnent une somme égale à 2 ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 6
9. La fréquence observée d'un événement est :
A) toujours égale à sa probabilité B) toujours nulle C) un résultat obtenu après des essais
D) toujours supérieure à sa probabilité

Guide pour les parents

Faites expliquer la situation à voix haute avant tout calcul : votre enfant doit dire quelles sont les issues et pourquoi elles sont équiprobables.

- Demandez-lui de dessiner un arbre pour deux tirages, puis de commenter chaque branche sans lui donner les fractions.
- Proposez-lui de vérifier un résultat avec l'événement contraire ou en listant les issues, puis laissez-le corriger seul son raisonnement.

Temps conseillé : ~20 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je toujours simplifier une probabilité ?

R. Oui, sauf si l'énoncé demande explicitement une autre écriture. Une fraction simplifiée est la forme attendue.

Q. Pourquoi multiplie-t-on dans un arbre ?

R. Un chemin impose que plusieurs étapes se réalisent successivement. La multiplication calcule la probabilité de cette succession.

Q. Quand faut-il additionner dans un arbre ?

R. Tu additionnes les probabilités de plusieurs chemins lorsque ces chemins réalisent le même événement et sont incompatibles.

Q. Une fréquence est-elle forcément égale à la probabilité ?

R. Non. La fréquence dépend des essais réalisés ; elle peut être différente, même si elle tend à se rapprocher de la probabilité quand les essais se multiplient.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Repérer les issues

1. $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$. Chaque face numérotée correspond à une issue.
2. $P(\text{obtenir } 8) = 0$. Le nombre 8 n'appartient pas à l'univers.

Exercice 2 : Calculer en équiprobabilité

1. $P(\text{rouge}) = 5/12$. Il y a 5 secteurs favorables sur 12 secteurs équiprobables.
2. $P(\text{non rouge}) = 7/12$. Il reste 7 secteurs non rouges, ou $1 - 5/12 = 7/12$.

Exercice 3 : Vérifier les affirmations

1. Vrai. Un événement certain se réalise pour toutes les issues.
2. Faux. Toute probabilité est comprise entre 0 et 1.
3. Vrai. Les issues favorables sont 1, 3 et 5, soit $3/6 = 1/2$.

Exercice 4 : Compter les couples

1. Les couples favorables sont (1 ; 2) et (2 ; 1). $P(\text{somme } 3) = 2/36 = 1/18$. Les 36 couples ordonnés sont équiprobables.
2. Les couples favorables sont (1 ; 1), (2 ; 2), (3 ; 3), (4 ; 4), (5 ; 5) et (6 ; 6). $P = 6/36 = 1/6$. Il y a six doubles possibles.

Exercice 5 : Suivre un arbre

1. $P(\text{bleue puis rouge}) = 3/5 \times 2/4 = 6/20 = 3/10$. Après une boule bleue, il reste 2 boules rouges parmi 4 boules.
2. $P(\text{rouge puis rouge}) = 2/5 \times 1/4 = 2/20 = 1/10$. Après une boule rouge, il ne reste qu'une boule rouge.

Exercice 6 : Additionner les bons chemins

1. Obtenir exactement une boule rouge correspond aux chemins rouge puis bleue et bleue puis rouge. $P = 2/5 \times 3/4 + 3/5 \times 2/4 = 6/20 + 6/20 = 12/20 = 3/5$. Les deux chemins sont incompatibles et réalisent le même événement.

Exercice 7 : Interpréter une fréquence

1. La fréquence dépend des résultats obtenus pendant les essais, qui sont aléatoires. Elle n'est donc pas forcément égale à la probabilité théorique ; lorsque les essais se multiplient dans les mêmes conditions, elle a tendance à s'en rapprocher. Il faut distinguer valeur théorique et résultat observé.

Corrigé de l'évaluation

1. Les 10 jetons ont la même chance d'être tirés. $P(\text{violet}) = 3/10$. / 3
2. $P(\text{non violet}) = 1 - 3/10 = 7/10$. / 2
3. $\Omega = \{\text{pile-pile} ; \text{pile-face} ; \text{face-pile} ; \text{face-face}\}$. / 3
4. Les issues favorables sont pile-face et face-pile. $P(\text{exactement une face}) = 2/4 = 1/2$. / 4
5. $P(\text{noire puis blanche}) = 2/5 \times 3/4 = 6/20 = 3/10$. / 4
6. $P(\text{deux noires ou deux blanches}) = 2/5 \times 1/4 + 3/5 \times 2/4 = 2/20 + 6/20 = 8/20 = 2/5$. / 4

Réponses du quiz

1. **B) 1/3**. Les issues favorables sont 5 et 6 : $2/6 = 1/3$.
2. **D) 5/4**. Une probabilité ne peut pas dépasser 1.
3. **B) obtenir un nombre impair**. Les nombres impairs sont exactement les résultats qui ne sont pas pairs.
4. **A) 2/5**. Il y a 4 boules rouges sur 10 boules, soit $4/10 = 2/5$.
5. **C) 4**. Les résultats sont pile-pile, pile-face, face-pile et face-face.
6. **B) 4**. Une boule a été retirée : il en reste 4.
7. **B) multiplier les branches**. Un chemin correspond à des étapes successives.
8. **A) 1**. Seul le couple (1 ; 1) convient.
9. **C) un résultat obtenu après des essais**. La fréquence est calculée à partir des réalisations observées.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « fonctions » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/fonctions/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/fonctions/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)