



Les puissances en 3^e : règles de calcul, méthode et exercices pour le brevet

3^e

Difficulté ★★



50 min

Objectif : Calculer avec des puissances

Tombe souvent au brevet

Vidéoprojection

Compétence visée (programme cycle 4) : Utiliser les puissances d'exposant entier relatif d'un nombre : définition, écriture, règles de calcul sur les produits, quotients et puissances de puissances.



Coach Vince te résume l'essentiel

- Une puissance remplace une multiplication répétée quand l'exposant est positif.
- Pour calculer avec des puissances de même base, applique la règle adaptée avant de remplacer par un grand nombre.

► Un exposant négatif indique l'inverse d'une puissance positive : $10^{-3} = 1 \div 10^3$.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois réduire une expression, calculer une puissance de 10 ou justifier une règle de calcul avec des exposants entiers relatifs.

Type de question Calcul à justifier, question d'automatismes sans calculatrice, QCM ou écriture scientifique dans un problème.

Exemple type

Alerte piège

Calculer $C = 10^6 \times 10^{-8}$, puis donner l'écriture décimale de C.

Additionner les exposants dans une somme, oublier les parenthèses autour d'une base négative ou confondre 10^{-4} avec -10^4 .

I LA LEÇON

I Comprendre ce que signifie une puissance

Une puissance est une écriture compacte d'un produit de plusieurs facteurs identiques. Dans 5^4 , le nombre 5 est la base et le nombre 4 est l'exposant. L'écriture 5^4 signifie $5 \times 5 \times 5 \times 5$. Son résultat est 625. Plus généralement, si n est un entier positif, a^n signifie que l'on multiplie n fois le nombre a par lui-même. Attention au vocabulaire : a^2 se lit « a au carré » et a^3 se lit « a au cube ». Pour les autres exposants, lis « a puissance n ». Ne confonds jamais une puissance avec une multiplication ordinaire. 3^4 vaut $3 \times 3 \times 3 \times 3$, donc 81. Ce n'est ni 3×4 , ni $3 + 3 + 3 + 3$. L'exposant indique le nombre de facteurs égaux à la base, pas un nombre à multiplier par la base. Tu peux toujours revenir à cette définition : c'est ton contrôle de départ quand un calcul semble douteux. Les parenthèses sont décisives quand la base est négative. $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$. Il y a un nombre pair de facteurs négatifs, donc le résultat est positif. En revanche, $(-2)^3 = -8$, car il y a un nombre impair de facteurs négatifs. Sans parenthèses, -2^2 signifie $-(2^2)$, donc -4 : le carré porte seulement sur 2. Écris la base entre parenthèses dès qu'elle est négative ; tu rends ton raisonnement lisible et tu évites une erreur classique. Deux exposants particuliers doivent devenir des automatismes. Pour tout nombre a , $a^1 = a$: il

n'y a qu'un seul facteur. Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$. Par exemple, $7^0 = 1$ et $(-4)^0 = 1$. Le cas 0^0 n'est pas utilisé dans les calculs de ce niveau : ne lui attribue pas de valeur. En revanche, si n est un entier positif, $0^n = 0$. Distingue donc soigneusement 0^5 , qui vaut 0, de 5^0 , qui vaut 1.

Les écritures à reconnaître sans hésiter

Écriture	Développement ou sens	Valeur
2^5	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	32
$(-3)^2$	$(-3) \times (-3)$	9
$(-3)^3$	$(-3) \times (-3) \times (-3)$	-27
10^4	1 suivi de 4 zéros	10 000
10^{-2}	$1 \div 10^2$	0,01
6^0	Puissance d'exposant nul, base non nulle	1

Exposants négatifs : passer à l'inverse

Si a est un nombre non nul et si n est un entier positif, a^{-n} est l'inverse de a^n : $a^{-n} = 1 \div a^n$. Ainsi, $2^{-3} = 1 \div 2^3 = 1 \div 8 = 0,125$. De même, $10^{-4} = 1 \div 10^4 = 0,0001$. Le signe « $-$ » placé dans l'exposant ne rend pas automatiquement le résultat négatif : il indique que l'on prend l'inverse. Par exemple, $(-2)^{-2} = 1 \div (-2)^2 = 1 \div 4$. Le résultat est positif parce que le carré de -2 est positif. Ne mélange pas -2^{-2} et $(-2)^{-2}$. Dans -2^{-2} , la puissance porte sur 2 puis un signe moins est placé devant : $-2^{-2} = -(2^{-2}) = -1/4$. Dans $(-2)^{-2}$, la base entière est -2 : le résultat vaut $1/4$. Les parenthèses donnent donc le sens exact du calcul. Les puissances de 10 servent à écrire des nombres très grands ou très petits. Pour un entier positif n , 10^n est égal à 1 suivi de n zéros. Pour un entier positif n , 10^{-n} déplace la virgule de n rangs vers la gauche à partir de 1 : $10^{-3} = 0,001$. Une écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier. Par exemple, $4\,500\,000 = 4,5 \times 10^6$ et $0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$. Vérifie toujours que le premier nombre est au moins égal à 1 et strictement inférieur à 10.

■ Ton plan de jeu pour les règles de calcul

- Produit de puissances de même base : si a est non nul et si p et q sont des entiers, $a^p \times a^q = a^{p+q}$.
Justifie-le en comptant les facteurs quand les exposants sont positifs : $3^2 \times 3^4 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3^6$. Donc $3^2 \times 3^4 = 3^6 = 729$. Tu additionnes les exposants, jamais les bases.
- Quotient de puissances de même base : si a est non nul et si p et q sont des entiers, $a^p \div a^q = a^{p-q}$.
Par exemple, $5^7 \div 5^3 = 5^4$. Les trois facteurs 5 du dénominateur se simplifient avec trois facteurs du numérateur. La base doit être non nulle, car une division par zéro est impossible.
- Puissance d'une puissance : si a est non nul lorsque l'un des exposants est négatif, et si p et q sont des entiers, $(a^p)^q = a^{p \times q}$. Exemple : $(2^3)^4 = 2^{12}$. En effet, 2^3 est répété quatre fois : $2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{12}$. Ici, tu multiplies les exposants.
- Puissance d'un produit ou d'un quotient : pour des nombres a et b , $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ si n est un entier positif. Si n est négatif, cette règle exige que a et b soient non nuls. Exemple : $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1\,000$. Pour un quotient, $(a \div b)^n = a^n \div b^n$ exige b non nul ; avec un exposant négatif, a doit aussi être non nul.

- Limite à ne pas franchir : aucune règle ne permet de transformer $(a + b)^2$ en $a^2 + b^2$. Par exemple, $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$, tandis que $2^2 + 3^2 = 13$. Avant d'appliquer une règle, repère le signe entre les termes : produit, quotient ou somme ne se traitent pas de la même façon.

Calculer proprement et vérifier ton résultat

Face à une expression, commence par repérer les bases identiques et les parenthèses. N'effectue pas trop vite les puissances : les règles permettent souvent de simplifier avant de calculer. Dans $A = 7^5 \div 7^2 \times 7^{-1}$, les opérations de multiplication et de division se font de gauche à droite. Tu peux aussi regrouper les puissances de même base : $A = 7^{5-2-1} = 7^2 = 49$. La ligne contenant les exposants montre la règle utilisée et protège ton résultat. Respecte les priorités opératoires. Calcule d'abord les parenthèses, puis les puissances, puis les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions. Dans $2 \times 3^2 + 4$, tu calcules $3^2 = 9$, puis $2 \times 9 = 18$, puis $18 + 4 = 22$. Dans $(2 \times 3)^2 + 4$, la parenthèse donne 6, puis $6^2 = 36$, donc le résultat est 40. Les deux expressions se ressemblent, mais elles ne donnent pas le même résultat. Pour une puissance de 10, vérifie le déplacement de la virgule. Multiplier par 10^3 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la droite ; multiplier par 10^{-3} revient à la déplacer de trois rangs vers la gauche. Ainsi, $6,4 \times 10^3 = 6\,400$ et $6,4 \times 10^{-3} = 0,0064$. Ajoute des zéros si nécessaire : ils servent à conserver la valeur du nombre. En finale, contrôle par une vérification adaptée. Un exposant pair

appliqué à une base négative doit donner un résultat positif. Une puissance de 10 avec exposant négatif doit être comprise entre 0 et 1. Un quotient de deux puissances identiques, comme $9^6 \div 9^6$, doit valoir 1 puisque $9^0 = 1$. Si tu hésites sur une règle, reviens à un petit développement : $2^3 \times 2^2$ devient $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$. Cette habitude construit un calcul sûr, même sans calculatrice.

Exemples résolus

Réduire un calcul de puissances de même base

Énoncé. Calcule $A = 4^7 \times 4^{-3} \div 4^2$.

1. La base est toujours 4, qui est non nul : tu peux additionner les exposants dans un produit et soustraire l'exposant du diviseur.
2. $A = 4^{7+(-3)-2}$.
3. $A = 4^2$.
4. $A = 16$.

Résultat : $A = 16$.

Gérer une puissance d'une puissance

Énoncé. Calcule $B = ((-2)^3)^2 \times 2^{-2}$.

1. Dans $((-2)^3)^2$, la base -2 est entre parenthèses : applique la règle de la puissance d'une puissance.
2. $((-2)^3)^2 = (-2)^6 = 64$.
3. $2^{-2} = 1 \div 2^2 = 1/4$.
4. $B = 64 \times 1/4 = 16$.

Résultat : $B = 16$.

Écrire un petit nombre avec une puissance de 10

Énoncé. Écris 0,000056 sous la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$.

1. Déplace la virgule pour obtenir un nombre compris entre 1 et 10 : 0,000056 devient 5,6.
2. La virgule a été déplacée de cinq rangs vers la droite.
3. Pour retrouver le petit nombre de départ, il faut multiplier 5,6 par 10^{-5} .

Résultat : $0,000056 = 5,6 \times 10^{-5}$.

I Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle

Avant chaque réduction, écris l'égalité de la règle utile avec les conditions nécessaires. Au brevet, une ligne comme « 5 est non nul, donc $5^7 \div 5^3 = 5^4$ » rend ton calcul justifié.



Fais un contrôle de cohérence

Observe le signe, l'ordre de grandeur et le rôle de l'exposant avant de valider. Un exposant négatif sur 10 donne un nombre inférieur à 1 : ce réflexe évite les erreurs d'étourderie.

I TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1

Les bases ★★

Développe puis calcule chaque puissance.

1. 3^4

2. $(-2)^3$

3. $(-5)^2$

2 Les cas à connaître ★★

Complète chaque égalité.

1. $9^0 = \dots$

2. $(-7)^1 = \dots$

3. $10^{-2} = \dots$

3 Règles sous contrôle ★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. $4^3 \times 4^2 = 4^5$.

2. $6^5 \div 6^2 = 6^3$.

3. $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$.