



# Statistiques en 3<sup>e</sup> : moyenne, médiane, étendue et quartiles

3<sup>e</sup>

Difficulté ★★

⌚ 50 min

Objectif : analyser une série statistique

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

**Compétence visée (programme cycle 4) :** Proportionnalité, pourcentages, fonctions linéaires et affines, statistiques, probabilités.



## Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ La moyenne utilise toutes les valeurs de la série, tandis que la médiane partage les données rangées en deux groupes de même effectif.
- ▶ Les quartiles et l'étendue renseignent sur la répartition et la dispersion des valeurs.
- ▶ Coach Vince : avant tout calcul, range la série et repère clairement les effectifs.

## AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois lire des données dans un tableau ou sur un graphique, calculer un ou plusieurs indicateurs, puis comparer ou interpréter les résultats dans le contexte donné.

**Type de question** Lecture de graphique ou de tableau d'effectifs, calcul de fréquence ou d'effectifs cumulés, calcul à justifier, analyse comparative et QCM d'automatismes.

**Exemple type** Un diagramme en bâtons donne le nombre de trajets réalisés par des élèves. Lis les effectifs, calcule une fréquence ou la médiane, puis interprète le résultat dans le contexte.

**Alerte piège** Utiliser la moyenne simple des valeurs différentes alors qu'un tableau fournit des effectifs, mal lire l'échelle d'un graphique, ou oublier de ranger la série avant de chercher un quartile.

## LA LEÇON

### Lire une série statistique avec précision

Une série statistique rassemble des données obtenues sur une même population. La population peut être un groupe de personnes, des objets, des mesures ou des résultats. Chaque donnée observée est une valeur. Si plusieurs individus ont la même valeur, on indique son effectif, c'est-à-dire le nombre de fois où elle apparaît. L'effectif total est la somme de tous les effectifs. Exemple : dans une série de notes, la valeur 12 peut avoir pour effectif 4 si quatre élèves ont obtenu 12. L'effectif total ne vaut donc pas le nombre de valeurs différentes : il compte tous les individus observés. Une série peut être présentée sous forme de liste, de tableau, de diagramme en bâtons ou d'histogramme. Pour calculer correctement un indicateur, tu dois savoir si les données sont déjà rangées dans l'ordre croissant. Si ce n'est pas le cas, range-les. Cette étape est obligatoire pour déterminer la médiane et les quartiles. En revanche, l'ordre des valeurs ne change pas une moyenne ni une étendue, mais il reste utile pour vérifier ton travail. On distingue les indicateurs de position, qui donnent une valeur représentative ou une position dans la série, et les indicateurs de dispersion, qui mesurent l'étalement des données. La moyenne, la médiane et les quartiles sont des indicateurs de position. L'étendue est un indicateur de dispersion.

Aucun indicateur ne raconte toute la série à lui seul : tu dois choisir celui qui répond à la question posée. Une moyenne est utile pour comparer un résultat global ; une médiane est plus résistante à une valeur exceptionnellement grande ou petite ; l'étendue révèle si les valeurs sont regroupées ou très écartées.

## Les indicateurs à connaître

| Indicateur            | Calcul ou repérage                                                                                   | Ce qu'il indique                                                                                                    | Point de vigilance                                |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Moyenne               | Somme des valeurs, en tenant compte des effectifs, $\div$ effectif total                             | Une valeur globale de la série                                                                                      | Toute valeur extrême influence le résultat.       |
| Médiane               | Valeur centrale d'une série rangée                                                                   | Au moins la moitié des valeurs lui sont inférieures ou égales, et au moins la moitié lui sont supérieures ou égales | Elle dépend du rang, pas de la somme des valeurs. |
| Premier quartile Q1   | Valeur de rang égal au plus petit entier supérieur ou égal à $\text{effectif total} \div 4$          | Au moins un quart des valeurs lui sont inférieures ou égales                                                        | La série doit être rangée.                        |
| Troisième quartile Q3 | Valeur de rang égal au plus petit entier supérieur ou égal à $3 \times \text{effectif total} \div 4$ | Au moins trois quarts des valeurs lui sont inférieures ou égales                                                    | Ne confonds pas le rang et la valeur.             |
| Étendue               | Valeur maximale – valeur minimale                                                                    | L'écart total entre les extrêmes                                                                                    | Elle ne tient compte que de deux valeurs.         |

## Calculer une moyenne avec ou sans effectifs

La formule de la moyenne s'applique à toute série numérique dont les valeurs sont connues. Sans tableau d'effectifs, additionne toutes les valeurs puis divise par leur nombre. Avec un tableau d'effectifs, multiplie chaque valeur par son effectif, additionne ces produits, puis divise par l'effectif total. Exemple : les valeurs 8, 10 et 14 ont respectivement pour effectifs 2, 3 et 1. La somme pondérée vaut  $8 \times 2 + 10 \times 3 + 14 \times 1 = 60$ . L'effectif total vaut  $2 + 3 + 1 = 6$ . La moyenne est donc  $60 \div 6 = 10$ . Le mot pondérée signifie qu'une valeur répétée compte plusieurs fois. Écrire seulement  $8 + 10 + 14$  puis diviser par 3 serait faux : cette opération oublierait les répétitions. Une moyenne peut ne pas appartenir à la série. Elle peut aussi être décimale, même si toutes les données sont entières. Avant de conclure, vérifie sa cohérence : une moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série. Si tu trouves une moyenne inférieure au minimum ou supérieure au maximum, reprends immédiatement tes calculs. Pour comparer deux groupes de même nature, indique toujours l'unité. Une moyenne de 12 peut désigner 12 minutes, 12 kilomètres ou 12 points : le nombre seul ne suffit pas. Arrondis uniquement si la consigne le demande ou si le résultat comporte trop de décimales pour le contexte. Dans ce cas, écris le symbole  $\approx$  et précise l'arrondi choisi.

## Trouver médiane et quartiles : ton plan de jeu

- 1. Range la série dans l'ordre croissant. Avec un tableau, utilise les effectifs cumulés : à chaque ligne, ils indiquent combien de valeurs sont inférieures ou égales à la valeur considérée. Sans rangement, les rangs n'ont aucun sens.
- 2. Compte l'effectif total N. Si N est impair, la médiane est la valeur de rang égal à la position centrale. Par exemple, pour  $N = 9$ , elle est la valeur de rang 5. Il y a alors quatre valeurs avant elle et quatre après elle.

- 3. Si  $N$  est pair, repère les deux valeurs centrales. En convention scolaire française, la médiane peut être toute valeur comprise entre ces deux valeurs centrales. Très souvent, on choisit leur moyenne. Pour  $N = 10$ , les valeurs centrales sont celles de rangs 5 et 6. Si elles valent 11 et 13, on peut prendre comme médiane 12.
- 4. Détermine le rang de  $Q_1$ . Il s'agit du plus petit entier supérieur ou égal à  $N \div 4$ . Pour  $N = 18$ ,  $N \div 4 = 4,5$  : le rang de  $Q_1$  est donc 5.  $Q_1$  est la cinquième valeur de la série rangée.
- 5. Détermine le rang de  $Q_3$ . Il s'agit du plus petit entier supérieur ou égal à  $3 \times N \div 4$ . Pour  $N = 18$ , le calcul donne 13,5 : le rang de  $Q_3$  est donc 14.  $Q_3$  est la quatorzième valeur rangée.
- 6. Interprète sans déformer. Si  $Q_1 = 9$ , au moins un quart des valeurs est inférieur ou égal à 9. Si  $Q_3 = 15$ , au moins trois quarts des valeurs sont inférieurs ou égaux à 15. Ces phrases parlent de la série observée, pas d'une règle générale sur tous les individus possibles.

## Mesurer et interpréter la dispersion

L'étendue se calcule par valeur maximale – valeur minimale. Pour la série 4 ; 6 ; 6 ; 9 ; 12, l'étendue vaut  $12 - 4 = 8$ . Elle mesure l'écart entre les deux extrêmes, mais elle ne décrit pas la répartition des autres valeurs. Deux séries peuvent donc avoir la même moyenne et la même étendue tout en étant très différentes. Par exemple, les séries 8 ; 10 ; 10 ; 12 et 8 ; 8 ; 12 ; 12 ont toutes deux une moyenne de 10 et une étendue de 4, mais leurs valeurs ne sont pas réparties de la même manière. L'écart interquartile est égal à  $Q_3 - Q_1$ . Il mesure la dispersion de la moitié centrale de la série. Il est moins influencé par des valeurs très éloignées que l'étendue. Si  $Q_1 = 7$  et  $Q_3 = 13$ , l'écart interquartile vaut  $13 - 7 = 6$ . Cela signifie que la moitié centrale des valeurs s'étale sur un intervalle de longueur 6. Tu peux aussi donner l'intervalle interquartile : ici, il est compris entre 7 et 13. Pour comparer deux séries, commence par vérifier qu'elles portent sur la même grandeur et dans la même unité. Compare ensuite les moyennes ou les médianes selon la question. Enfin, observe la dispersion : une étendue ou un écart interquartile plus petit traduit des données plus resserrées, dans la limite de l'indicateur utilisé. Ne conclus jamais qu'un groupe est « meilleur » avec la seule étendue : elle indique seulement un écart. Au brevet, une réponse solide contient le calcul, l'unité éventuelle et une phrase d'interprétation reliée au contexte. C'est ta finale : calculer juste ne suffit pas, il faut dire ce que le résultat apprend.

## Exemples résolus

### Moyenne d'une série avec effectifs

**Énoncé.** Un tableau donne les valeurs 5, 7, 9 et 11, avec les effectifs 1, 3, 4 et 2. Calcule la moyenne de la série.

1. Calcule l'effectif total :  $1 + 3 + 4 + 2 = 10$ .
2. Calcule la somme pondérée :  $5 \times 1 + 7 \times 3 + 9 \times 4 + 11 \times 2 = 5 + 21 + 36 + 22 = 84$ .
3. Divise la somme pondérée par l'effectif total :  $84 \div 10 = 8,4$ .

**Résultat :** La moyenne de la série est 8,4.

### Médiane, quartiles et étendue

**Énoncé.** On considère la série rangée suivante : 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 8 ; 10 ; 11 ; 13 ; 15 ; 16 ; 18. Détermine la médiane,  $Q_1$ ,  $Q_3$  et l'étendue.

1. L'effectif total est  $N = 12$ . Les valeurs centrales sont celles de rangs 6 et 7 : 8 et 10.
2. La médiane choisie est la moyenne de ces deux valeurs :  $8 + 10 = 18$ , puis  $18 \div 2 = 9$ .
3. Le rang de  $Q_1$  est le plus petit entier supérieur ou égal à  $12 \div 4 = 3$ .  $Q_1$  est donc la valeur de rang 3 :  $Q_1 = 6$ .
4. Le rang de  $Q_3$  est le plus petit entier supérieur ou égal à  $3 \times 12 \div 4 = 9$ .  $Q_3$  est donc la valeur de rang 9 :  $Q_3 = 13$ .
5. L'étendue vaut valeur maximale – valeur minimale =  $18 - 3 = 15$ .

**Résultat :** La médiane est 9,  $Q_1 = 6$ ,  $Q_3 = 13$  et l'étendue est 15.

## Les conseils de Coach Vince



### Annonce la règle

Avant de calculer un quartile, écris le rang recherché et justifie son arrondi au rang supérieur. Ta copie devient vérifiable, donc solide.



### Contrôle de cohérence

Une moyenne doit être comprise entre le minimum et le maximum. Vérifie aussi que  $Q1 \leq \text{médiane} \leq Q3$  avant de passer à la suite.

## Erreurs fréquentes

| Erreur à éviter                                                                       | Pourquoi                                                                 | Le bon réflexe                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Diviser la somme des valeurs différentes par leur nombre dans un tableau d'effectifs. | Cela oublie qu'une même valeur peut apparaître plusieurs fois.           | Multiplie chaque valeur par son effectif, puis divise la somme obtenue par l'effectif total. |
| Chercher la médiane dans une série non rangée.                                        | La médiane est définie par une position centrale dans l'ordre croissant. | Range les valeurs ou construis les effectifs cumulés avant de repérer les rangs.             |
| Calculer l'étendue en faisant valeur maximale $\div$ valeur minimale.                 | L'étendue est une différence et non un quotient.                         | Écris systématiquement : étendue = maximum – minimum.                                        |

# TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

## 1 Moyenne sans effectif ★★★

Calcule la moyenne de chaque série.

1. 6 ; 8 ; 10 ; 12
2. 4 ; 7 ; 7 ; 10 ; 12

## 2 Étendue express ★★★

Calcule l'étendue de chaque série.

1. 3 ; 5 ; 9 ; 14
2. 18 ; 18 ; 20 ; 21 ; 25

## 3 Repères essentiels ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. La médiane d'une série doit toujours être une valeur de la série.
2. L'étendue utilise la valeur minimale et la valeur maximale.
3. Pour calculer une moyenne avec effectifs, il faut connaître l'effectif total.

## 4 Tableau d'effectifs ★★★

Calcule la moyenne de la série décrite.

1. Valeurs : 2, 4, 6, 8. Effectifs : 1, 2, 3, 2.

## 5 Rangs à repérer ★★★

Détermine Q1 et Q3 de chaque série rangée.

1. 1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 12
2. 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 11 ; 13 ; 14 ; 16

## 6 Comparer deux séries ★★★

Analyse la dispersion des deux séries.

Série A : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11. Série B : 3 ; 8 ; 9 ; 10 ; 15. Compare leurs moyennes et leurs étendues.

## 7 Médiane dans un tableau ★★★

Détermine la médiane et justifie ta réponse.

Valeurs : 4, 6, 8, 10, 12. Effectifs : 2, 3, 5, 4, 2.

## 8 Bilan statistique ★★★

Calcule les indicateurs demandés puis rédige une conclusion.

La série rangée est : 2 ; 4 ; 5 ; 7 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18. Calcule la moyenne, la médiane, Q1, Q3, l'étendue et l'écart interquartile.

# ÉVALUATION

Rédige les calculs utiles et donne une phrase de conclusion lorsque cela est demandé.

Barème : 20 points

1. Calcule la moyenne de la série 5 ; 7 ; 8 ; 10. / 3
2. Calcule l'étendue de la série 6 ; 9 ; 9 ; 13 ; 17. / 2
3. Une série rangée comporte 15 valeurs. Indique le rang de sa médiane. / 2
4. Dans une série de 17 valeurs, détermine les rangs de Q1 et Q3. / 3
5. Valeurs : 3, 5, 7, 9. Effectifs : 2, 1, 4, 3. Calcule la moyenne. / 4
6. Les séries A et B ont la même moyenne. Leur étendue vaut respectivement 5 et 14. Rédige une conclusion. / 3
7. Une série a  $Q1 = 8$  et  $Q3 = 15$ . Calcule son écart interquartile et interprète-le. / 3

## Quiz de révision

1. Quelle expression permet de calculer l'étendue d'une série ?

- A) valeur maximale – valeur minimale    B) valeur maximale ÷ valeur minimale  
C) somme des valeurs ÷ effectif    D)  $Q3 - médiane$

2. Une série rangée comporte 11 valeurs. Quel est le rang de la médiane ?

- A) rang 5    B) rang 6    C) rang 7    D) rang 11

3. Pour une série de 20 valeurs, quel est le rang de Q1 ?

- A) rang 4    B) rang 5    C) rang 10    D) rang 15

4. Pour une série de 20 valeurs, quel est le rang de Q3 ?

- A) rang 5    B) rang 10    C) rang 14    D) rang 15

5. Les valeurs 4, 6 et 10 ont pour effectifs 2, 1 et 1. Quelle est leur moyenne ?

- A) 5    B) 6    C) 6,5    D) 20

6. Quelle affirmation est correcte ?

- A) La médiane se calcule toujours avec une somme.    B) La moyenne est toujours une valeur observée.  
C) Les quartiles exigent une série rangée.    D) L'étendue utilise toutes les valeurs de la série.

7. Si  $Q1 = 12$  et  $Q3 = 19$ , quel est l'écart interquartile ?

- A) 7    B) 12    C) 19    D) 31

8. Deux séries ont la même moyenne. Que peut-on affirmer ?

- A) Elles ont forcément la même étendue.    B) Elles ont forcément la même médiane.  
C) Elles peuvent avoir des dispersions différentes.    D) Elles contiennent les mêmes valeurs.

## Guide pour les parents

Faites expliquer la méthode à voix haute avant de vérifier le résultat : reformuler oblige à comprendre.

- Proposez une petite série de valeurs mélangées et demandez d'abord de la ranger, puis de repérer les rangs utiles.
- Quand une erreur apparaît, demandez quelle information a été oubliée, par exemple les effectifs ou l'ordre croissant, au lieu de donner immédiatement la réponse.

Temps conseillé : ~20 min.

## Questions fréquentes

Q. La moyenne est-elle toujours une valeur de la série ?

R. Non. Elle peut être décimale ou ne correspondre à aucune valeur observée.

Q. Pourquoi faut-il ranger les données pour trouver la médiane ?

- R. Parce que la médiane est déterminée par son rang central. Sans ordre croissant, ce rang ne permet aucun repérage fiable.
- Q. Que signifie un petit écart interquartile ?**
- R. La moitié centrale des données est relativement resserrée. Cela ne renseigne pas directement sur les valeurs extrêmes.
- Q. Au brevet, faut-il écrire les calculs de moyenne ?**
- R. Oui, dès qu'une justification est demandée. Écris la somme pondérée, l'effectif total, puis la division.

## CORRIGÉ

### Exercice 1 : Moyenne sans effectif

1. La moyenne est 9.  $6 + 8 + 10 + 12 = 36$ , puis  $36 \div 4 = 9$ .
2. La moyenne est 8.  $4 + 7 + 7 + 10 + 12 = 40$ , puis  $40 \div 5 = 8$ .

### Exercice 2 : Étendue express

1. L'étendue est 11.  $14 - 3 = 11$ .
2. L'étendue est 7.  $25 - 18 = 7$ .

### Exercice 3 : Repères essentiels

1. Faux. Avec un effectif pair, on peut choisir la moyenne des deux valeurs centrales.
2. Vrai. Elle est égale à maximum – minimum.
3. Vrai. La somme pondérée doit être divisée par l'effectif total.

### Exercice 4 : Tableau d'effectifs

1. L'effectif total est 8. La somme pondérée vaut  $2 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 2 = 44$ . La moyenne est  $44 \div 8 = 5,5$ .  
Chaque valeur doit être comptée autant de fois que son effectif l'indique.

### Exercice 5 : Rangs à repérer

1.  $N = 8$ . Le rang de  $Q_1$  est 2, donc  $Q_1 = 3$ . Le rang de  $Q_3$  est 6, donc  $Q_3 = 9$ .  $8 \div 4 = 2$  et  $3 \times 8 \div 4 = 6$ .
2.  $N = 10$ . Le rang de  $Q_1$  est 3, donc  $Q_1 = 5$ . Le rang de  $Q_3$  est 8, donc  $Q_3 = 13$ .  $10 \div 4 = 2,5$  donne le rang 3 ;  $3 \times 10 \div 4 = 7,5$  donne le rang 8.

### Exercice 6 : Comparer deux séries

1. La moyenne de A est 9 car  $7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 45$  et  $45 \div 5 = 9$ . La moyenne de B est aussi 9 car  $3 + 8 + 9 + 10 + 15 = 45$  et  $45 \div 5 = 9$ . L'étendue de A vaut  $11 - 7 = 4$ . L'étendue de B vaut  $15 - 3 = 12$ . Les deux séries ont la même moyenne, mais la série B est plus dispersée car son étendue est plus grande. Une conclusion comparative doit citer l'indicateur calculé.

### Exercice 7 : Médiane dans un tableau

1. L'effectif total est  $2 + 3 + 5 + 4 + 2 = 16$ . Les valeurs centrales sont de rangs 8 et 9. Les effectifs cumulés sont 2, 5, 10, 14, 16 : les rangs 8 et 9 correspondent donc tous les deux à la valeur 8. La médiane est 8. Les effectifs cumulés permettent de localiser les rangs dans le tableau.

### Exercice 8 : Bilan statistique

1. La somme des valeurs est 113, donc la moyenne est  $113 \div 12 \approx 9,4$ . Les valeurs centrales sont de rangs 6 et 7 : 8 et 9 ; la médiane choisie est 8,5. Le rang de  $Q_1$  est 3, donc  $Q_1 = 5$ . Le rang de  $Q_3$  est 9, donc  $Q_3 = 12$ . L'étendue vaut  $18 - 2 = 16$ . L'écart interquartile vaut  $12 - 5 = 7$ . La moitié centrale de la série est comprise entre 5 et 12. Chaque indicateur répond à une question différente sur la série.

### Corrigé de l'évaluation

1.  $5 + 7 + 8 + 10 = 30$ , puis  $30 \div 4 = 7,5$ . / 3
2.  $17 - 6 = 11$ . L'étendue est 11. / 2
3. La médiane est la valeur de rang 8. / 2
4.  $17 \div 4 = 4,25$  :  $Q_1$  est de rang 5.  $3 \times 17 \div 4 = 12,75$  :  $Q_3$  est de rang 13. / 3
5. L'effectif total est 10. La somme pondérée vaut  $3 \times 2 + 5 \times 1 + 7 \times 4 + 9 \times 3 = 66$ . La moyenne est  $66 \div 10 = 6,6$ . / 4
6. Les deux séries ont le même résultat moyen. La série B est plus dispersée que la série A car son étendue, 14, est supérieure à 5. / 3
7. L'écart interquartile vaut  $15 - 8 = 7$ . La moitié centrale des valeurs est comprise entre 8 et 15. / 3

### Réponses du quiz

1. A) valeur maximale – valeur minimale. L'étendue mesure l'écart entre les deux valeurs extrêmes.
2. B) rang 6. Avec 11 valeurs, la valeur centrale est de rang 6.
3. B) rang 5.  $20 \div 4 = 5$ .
4. D) rang 15.  $3 \times 20 \div 4 = 15$ .
5. B) 6. La somme pondérée vaut  $4 \times 2 + 6 + 10 = 24$  et l'effectif total vaut 4, donc  $24 \div 4 = 6$ .
6. C) Les quartiles exigent une série rangée.  $Q_1$  et  $Q_3$  sont définis par des rangs dans une série ordonnée.
7. A) 7.  $19 - 12 = 7$ .

8. C) Elles peuvent avoir des dispersions différentes. Une même moyenne peut correspondre à des répartitions très différentes.

**Pour aller plus loin sur [exercices-3eme.fr](https://exercices-3eme.fr)**

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3<sup>e</sup>** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « fonctions » en 3<sup>e</sup>** · [/mathematiques-3eme/fonctions/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/fonctions/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)