



Les volumes et sections de solides en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★



45 min

Objectif : Les volumes et sections de solides

Tombe souvent au brevet

Fiche élève

Prénom :

Date :

Compétence visée (programme cycle 4) : Pythagore, Thalès, trigonométrie, transformations, géométrie dans l'espace (solides, sections, agrandissement-réduction).



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Le volume mesure l'espace occupé par un solide et s'exprime toujours dans une unité cubique.
- ▶ Pour calculer un volume, identifie d'abord la famille du solide puis choisis la formule valable dans ce cas précis.
- ▶ Une section est la figure obtenue lorsqu'un plan coupe un solide : observe la position du plan avant de répondre.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer le volume d'un solide, identifier une section ou exploiter une réduction dans une pyramide ou un cône en justifiant les étapes utiles.

Type de question Calcul à justifier, lecture d'un solide en perspective, exploitation de Thalès ou question d'automatismes sur une formule.

Exemple type Une cuve a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. Calcule son volume après avoir déterminé l'aire de sa base, puis donne l'unité adaptée.

Alerte piège Appliquer une formule sans avoir identifié le solide, confondre rayon et diamètre, ou oublier que les volumes sont multipliés par k^3 lors d'une réduction.

LA LEÇON

Comprendre ce que mesure un volume

Le volume d'un solide mesure la place qu'il occupe dans l'espace. Son unité est une unité cubique : cm^3 , m^3 ou dm^3 . Un cube de côté 1 cm a un volume de 1 cm^3 . Ne confonds jamais le volume avec l'aire : une aire mesure une surface et s'exprime en cm^2 ou en m^2 , tandis qu'un volume s'exprime en cm^3 ou en m^3 . Avant tout calcul, vérifie que les longueurs sont exprimées dans la même unité. Par exemple, si l'aire de base est en cm^2 et la hauteur en cm, le volume obtenu est en cm^3 . Si une longueur est donnée en m et les autres en cm, convertis-la avant de remplacer dans une formule. Le symbole V désigne souvent un volume, B l'aire de la base et h la hauteur. Dans un solide, la hauteur est la distance perpendiculaire entre la base et le sommet, ou entre les deux bases lorsqu'elles sont parallèles. Ce n'est pas forcément une arête visible sur le dessin. Ton premier réflexe doit donc être géométrique : repère les bases, la hauteur et les dimensions utiles. Un dessin en perspective peut masquer certaines longueurs, mais il ne change pas les propriétés du solide. Reste précis : tu n'utilises une formule que lorsque les conditions correspondant au solide sont réunies.

Les formules à connaître et leurs conditions

Solide	Condition et formule	Aire de base possible
Prisme droit	Ses deux bases sont parallèles et superposables. $V = B \times h$.	Rectangle : longueur $\times$ largeur ; triangle : base $\times$ hauteur $\div 2$.
Cylindre de révolution	Ses bases sont deux disques parallèles. $V = \pi \times r^2 \times h$.	Disque : $\pi \times r^2$.
Pyramide	Elle possède une base et un sommet hors du plan de cette base. $V = B \times h \div 3$.	L'aire dépend de la forme de la base.
Cône de révolution	Sa base est un disque et son sommet est hors du plan de la base. $V = \pi \times r^2 \times h \div 3$.	Disque : $\pi \times r^2$.
Boule	Elle est définie par son rayon r . $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.	Il n'y a pas de base.

Un plan de jeu fiable pour calculer un volume

- 1. Nomme le solide. Écris par exemple : « Le solide est un cylindre de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 8 cm. » Cette identification évite de choisir une formule au hasard.
- 2. Repère la base et la hauteur. Dans une pyramide, la hauteur est le segment perpendiculaire au plan de la base passant par le sommet. Une arête latérale oblique n'est généralement pas la hauteur.
- 3. Calcule l'aire de la base B . Si la base est un triangle rectangle, utilise $B = \text{côté perpendiculaire} \times \text{autre côté perpendiculaire} \div 2$. Si elle est un disque, utilise $B = \pi \times r^2$. N'utilise pas le diamètre à la place du rayon : r est la moitié du diamètre.
- 4. Applique la formule adaptée. Pour un prisme droit ou un cylindre, multiplie B par h . Pour une pyramide ou un cône, divise ensuite par 3. Cette division par 3 n'existe que pour ces deux familles de solides.
- 5. Donne une valeur exacte puis une valeur approchée si elle est demandée. Par exemple, un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 5 cm a pour volume $V = \pi \times 2^2 \times 5 = 20\pi \text{ cm}^3$, soit environ $62,8 \text{ cm}^3$. La valeur exacte est $20\pi \text{ cm}^3$.
- 6. Contrôle la cohérence. Le volume doit être positif et son unité doit être cubique. Si tu trouves une réponse en cm^2 , ton calcul n'est pas terminé. Vérifie aussi qu'une pyramide de même base et de même hauteur qu'un prisme a un volume trois fois plus petit.

Section d'un solide : définition et lecture

Une section est la figure plane obtenue lorsqu'un plan coupe un solide. La surface dessinée par la coupe appartient au plan de section. Pour identifier sa forme, cherche quelles faces sont coupées et observe le parallélisme du plan. Dans un prisme droit ou un cylindre, une section par un plan parallèle aux bases est respectivement une figure superposable à la base ou un disque de même rayon. Dans une pyramide ou un cône, une section par un plan parallèle à la base est une réduction de la base : les figures sont semblables, mais elles ne sont pas de même taille. Dans un cylindre de révolution, une section par un plan contenant l'axe est un rectangle de longueur h et de largeur égale au diamètre $2r$. Dans un cône de révolution, une section par un plan contenant l'axe est un triangle isocèle. Attention : une coupe oblique peut produire une forme différente ; tu ne peux pas annoncer une figure sans tenir compte de la position exacte du plan.

Sections, réduction et rapports de longueurs

Lorsqu'un plan parallèle à la base coupe une pyramide ou un cône, il délimite un petit solide semblable au solide initial. On peut alors utiliser un coefficient de réduction k , avec $0 < k < 1$. Toutes les longueurs correspondantes sont multipliées par k . Les aires correspondantes sont multipliées par k^2 et les volumes correspondants par k^3 . Cette règle est valable seulement pour des solides semblables, notamment lorsque la section est parallèle à la

base dans une pyramide ou un cône. Exemple : une petite pyramide obtenue par une section parallèle à la base a une hauteur égale à la moitié de celle de la grande pyramide. Son coefficient de réduction est $k = \frac{1}{2}$. Son volume vaut donc $\frac{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$ du volume de la grande pyramide. Ne divise pas simplement le volume par 2 : les trois dimensions sont réduites. Dans un exercice, les longueurs peuvent être trouvées grâce à Thalès si les segments sont situés sur des droites sécantes coupées par des droites parallèles. Rédige alors les conditions avant le calcul : les points doivent être alignés de manière adaptée et les droites considérées doivent être parallèles. Pour finir, distingue une section et une face : une face appartient au solide avant la coupe ; une section apparaît parce qu'un plan traverse le solide. Cette différence de vocabulaire compte dans une réponse de géométrie. S'échauffer sur le dessin, identifier la propriété, puis calculer : c'est le bon ordre.

Exemples résolus

Volume d'un cylindre

Énoncé. Un cylindre de révolution a un rayon de 3 cm et une hauteur de 7 cm. Calcule son volume exact, puis une valeur approchée au dixième près.

1. Le solide est un cylindre de révolution, donc $V = \pi \times r^2 \times h$.
2. Je remplace r par 3 et h par 7 : $V = \pi \times 3^2 \times 7$.
3. Je calcule : $V = \pi \times 9 \times 7 = 63\pi \text{ cm}^3$.
4. Avec $\pi \approx 3,14$, $V \approx 63 \times 3,14 = 197,82 \text{ cm}^3$.

Résultat : Le volume exact est $63\pi \text{ cm}^3$. Au dixième près, $V \approx 197,8 \text{ cm}^3$.

Volume d'une pyramide à base rectangulaire

Énoncé. Une pyramide a pour base un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 5 cm. Sa hauteur est 9 cm. Calcule son volume.

1. La base est un rectangle, donc son aire vaut $B = 8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$.
2. Le solide est une pyramide, donc $V = B \times h \div 3$.
3. Je remplace : $V = 40 \times 9 \div 3$.
4. Je calcule : $V = 360 \div 3 = 120 \text{ cm}^3$.

Résultat : Le volume de la pyramide est 120 cm^3 .

Section parallèle à la base d'un cône

Énoncé. Un cône de révolution a une hauteur de 12 cm. Un plan parallèle à sa base le coupe à 3 cm du sommet. Le rayon de la petite section est 2 cm. Calcule le rayon de la base du grand cône.

1. La section est parallèle à la base : le petit cône et le grand cône sont semblables.
2. Le coefficient de réduction du grand cône vers le petit cône est $k = 3 \div 12 = \frac{1}{4}$.
3. Les rayons sont multipliés par le même coefficient : $2 = \frac{1}{4} \times R$.
4. Donc $R = 2 \div \frac{1}{4} = 8 \text{ cm}$.

Résultat : Le rayon de la base du grand cône est 8 cm.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Les unités au bon endroit ★★★

Choisis l'unité adaptée à chaque grandeur.

1. Le volume d'une boîte rectangulaire.
2. L'aire d'une base carrée.
3. La hauteur d'un cylindre.

2 La bonne formule ★★★

Associe chaque solide à sa formule de volume.

1. Prisme droit de base d'aire B et de hauteur h
2. Pyramide de base d'aire B et de hauteur h
3. Cylindre de rayon r et de hauteur h

3 Volume d'un pavé droit ★★★

Calcule le volume du pavé droit.

1. Un pavé droit mesure 6 cm de longueur, 4 cm de largeur et 9 cm de hauteur.

4 Cylindre et rayon ★★★

Calcule le volume exact du cylindre.

1. Un cylindre de révolution a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 6 cm.

5 Lire une section ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis corrige les affirmations fausses.

1. Une section d'un cylindre par un plan parallèle aux bases est un disque de même rayon que les bases.
.....
2. Une section parallèle à la base d'une pyramide est toujours superposable à la base.
.....
3. Une section d'un cône par un plan contenant son axe est un triangle isocèle.

6 Pyramide à base triangulaire ★★★

Calcule le volume de la pyramide.

1. La base est un triangle rectangle dont les côtés perpendiculaires mesurent 8 cm et 6 cm. La hauteur de la pyramide est 15 cm.

7 Réduction dans une pyramide ★★★

Détermine le volume de la petite pyramide et justifie.

Une section parallèle à la base découpe une petite pyramide semblable à la grande. Le coefficient de réduction est $k = \frac{1}{2}$. Le volume de la grande pyramide est 320 cm^3 .

8 Rédaction de brevet ★★★

Rédige une solution complète et justifiée.

Un cône de révolution a un rayon de 4 cm et une hauteur de 12 cm. Calcule son volume exact.

ÉVALUATION

Réalise les calculs avec soin et rédige les justifications demandées.

Barème : 20 points

1. Donne l'unité adaptée au volume d'un aquarium mesuré en mètres. / 2

2. Calcule le volume d'un prisme droit dont l'aire de base est 18 cm^2 et la hauteur 11 cm. / 3

3. Un cylindre a un rayon de 2 cm et une hauteur de 10 cm. Donne son volume exact. / 3

4. Une pyramide a une base d'aire 45 cm^2 et une hauteur de 8 cm. Calcule son volume. / 3

5. Indique la forme d'une section d'un cylindre de révolution par un plan contenant son axe. / 3

6. Une petite pyramide est obtenue par une section parallèle à la base. Son coefficient de réduction est $\frac{1}{3}$ et le volume de la grande pyramide est 216 cm^3 . Calcule le volume de la petite pyramide en justifiant. / 6

Les conseils de Coach Vince



Annonce la formule

Avant chaque calcul, nomme le solide et écris la formule valable. Au brevet, cette ligne montre que ton raisonnement est maîtrisé.



Termine par un contrôle

Relis l'unité et vérifie l'ordre de grandeur obtenu. Un volume en cm^2 ou une pyramide plus grande que le prisme correspondant doivent t'alerter.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « geometrie » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/geometrie/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/geometrie/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)