LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · FONCTIONS

Lire les antécédents sur un graphique en 3e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3e | Difficulté ★★★ | 45 min | Objectif : Lire les antécédents sur un graphique | Tombe souvent au brevet

Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Proportionnalité, pourcentages, fonctions linéaires et affines, statistiques, probabilités.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Pour trouver les antécédents d'un nombre, tu pars de ce nombre sur l'axe vertical et tu lis les abscisses des points de la courbe correspondants.
- Un même nombre peut avoir zéro, un ou plusieurs antécédents : tu dois repérer toutes les intersections avec la droite horizontale choisie.
- Un antécédent se lit sur l'axe horizontal ; ne confonds jamais l'abscisse avec l'ordonnée.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois lire toutes les solutions d'une équation du type f(x) = a sur une courbe et rédiger une conclusion interprétée.

Type de question	Analyse graphique et résolution d'équation, parfois dans un problème ; la réponse doit être justifiée par les intersections.
Exemple type	La courbe représentative de la fonction p coupe la droite y = 2 aux abscisses −4, 1 et 3. Résous graphiquement l'équation p(x) = 2.
Alerte piège	Donner les ordonnées au lieu des abscisses, ou oublier une intersection lorsque la courbe remonte après être descendue.

LA LEÇON

Comprendre ce que cherche la question

Une fonction associe à un nombre de départ, noté souvent x, un nombre d'arrivée, noté f(x). Si f(3) = 5, alors 3 est un antécédent de 5 par la fonction f. Le nombre 5 est l'image de 3. Ces deux mots décrivent donc une relation inverse : l'image se cherche en partant d'une abscisse ; l'antécédent se cherche en partant d'une ordonnée. Sur un graphique, la courbe représente l'ensemble des points de coordonnées (x ; f(x)). Ainsi, dire que 4 est un antécédent de −2 revient à dire que le point de la courbe d'abscisse 4 a pour ordonnée −2. La phrase f(4) = −2 traduit exactement cette lecture. Attention au sens des mots : « l'image de 4 » appelle une réponse sur l'axe vertical, tandis que « un antécédent de −2 » appelle une réponse sur l'axe horizontal. Coach Vince te demande de repérer le mot-clé avant même de regarder la courbe. C'est ton échauffement : image, tu lis verticalement à partir de x ; antécédent, tu lis horizontalement à partir de y.

Deux lectures opposées sur une même courbe

Question posée	Point de départ	Trajet de lecture	Réponse attendue
Quelle est l'image de 2 ?	2 sur l'axe horizontal	Verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement vers l'axe vertical	Une ordonnée : f(2)
Quel est l'antécédent de 3 ?	3 sur l'axe vertical	Horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement vers l'axe horizontal	Une abscisse : un nombre x tel que f(x) = 3
Quels sont les antécédents de 0 ?	0 sur l'axe vertical	Suivre la droite d'équation y = 0 jusqu'à toutes les intersections	Les abscisses des points où la courbe coupe l'axe horizontal

La méthode de lecture, sans sauter d'étape

- Lis précisément la question. Si elle contient « antécédent de a », ton objectif est de résoudre graphiquement f(x) = a.
- Repère le nombre a sur l'axe des ordonnées. Vérifie l'échelle : une graduation peut représenter plusieurs unités ou une fraction d'unité.
- Imagine ou trace à la règle une droite horizontale passant par l'ordonnée a. Cette droite a pour équation y = a.
- Repère chaque point où cette droite rencontre la courbe représentative de f. Balaye le graphique de gauche à droite pour n'en oublier aucun.
- Depuis chaque point d'intersection, descends verticalement jusqu'à l'axe des abscisses. Lis l'abscisse avec le degré de précision permis par le dessin.
- Rédige une réponse complète. Par exemple : « Les antécédents de 2 par f sont −3 et 1. » Si la valeur est approximative, écris « environ » ou le symbole ≈.

Règle de rigueur

> Tu peux affirmer qu'un nombre x est un antécédent de a uniquement si le point de la courbe d'abscisse x a bien pour ordonnée a. Autrement dit, il faut pouvoir écrire f(x) = a. Une valeur simplement proche de la droite horizontale ne suffit pas pour une lecture exacte.

Pourquoi peut-on trouver plusieurs réponses ?

Une fonction donne une seule image à chaque nombre x autorisé : une verticale ne peut donc rencontrer sa courbe qu'en un seul point. En revanche, plusieurs nombres de départ peuvent avoir la même image. Une horizontale peut alors couper la courbe en plusieurs points. Si la droite y = 4 coupe la courbe aux abscisses −2, 1 et 5, alors −2, 1 et 5 sont les trois antécédents de 4. On écrit f(−2) = 4, f(1) = 4 et f(5) = 4. Ne réponds jamais seulement par une des valeurs si la courbe présente plusieurs intersections. À l'inverse, une droite horizontale peut ne rencontrer aucune fois la courbe : le nombre demandé n'a alors aucun antécédent sur l'ensemble représenté. Par exemple, si toute la courbe est située sous la droite y = 6, le nombre 6 n'a pas d'antécédent. Il est aussi possible qu'une droite horizontale touche la courbe en un seul point, notamment au sommet d'une courbe qui monte puis redescend. Dans ce cas, il y a un seul antécédent, même si la courbe change de sens autour de ce point. Le nombre de réponses dépend donc des intersections visibles, pas de ce que tu imagines sur la forme générale de la courbe.

Lire exactement ou donner une valeur approchée

Un graphique n'autorise pas toujours une lecture exacte. Si le point d'intersection tombe exactement sur une graduation identifiée, tu peux donner une valeur exacte : « 2 est un antécédent de −1 ». Si le point se situe entre deux graduations, observe l'échelle et estime sa position. Tu écriras alors, par exemple, « x ≈ 2,4 ». Le symbole ≈

signifie que la valeur est proche, mais non exacte. Ne transforme pas une estimation en égalité : écrire $x = 2,4$ prétend que le graphique garantit cette précision. La qualité du tracé compte aussi. Une courbe épaisse ou un repère peu gradué limite la précision possible. Dans ce cas, une formulation honnête vaut mieux qu'un chiffre trop précis. Si deux graduations de l'axe horizontal correspondent à 1 unité et que l'intersection est à mi-chemin, tu peux lire 0,5 unité. Si aucune subdivision fiable n'est visible, reste à une approximation plus large. Lors d'une question demandant « donner une valeur approchée au dixième », repère d'abord les deux dixièmes voisins, puis choisis celui dont l'intersection est la plus proche. Ne confonds pas cette lecture graphique avec un calcul algébrique : ici, c'est le dessin qui fixe la précision.

Cas particuliers à maîtriser

- Pour trouver les antécédents de 0, utilise l'axe des abscisses, car cet axe est la droite $y = 0$. Les réponses sont les abscisses des points où la courbe coupe ou touche cet axe.
- Si la courbe passe par l'origine O, alors 0 est à la fois l'image de 0 et un antécédent de 0 : $f(0) = 0$.
- Si la question porte sur les antécédents dans un intervalle, ne garde que les intersections dont les abscisses appartiennent à cet intervalle.
- Si la courbe est dessinée seulement pour certaines abscisses, tu ne peux conclure que sur la partie représentée. Ne prolonge pas mentalement la courbe hors du cadre.
- Si un point est dessiné plein, il appartient à la courbe. Si un point est non rempli dans une représentation particulière, observe attentivement la consigne avant de l'utiliser.
- Si une portion de courbe est horizontale et confondue avec $y = a$, tous les nombres de l'intervalle correspondant sont des antécédents de a. Il n'y a alors pas une liste finie de réponses.

Passer du graphique à une rédaction de brevet

Au brevet, une question peut demander : « Résoudre graphiquement $f(x) = 2$ » ou « Déterminer les antécédents de 2 par f ». Ces formulations demandent la même lecture. Tu cherches les abscisses des intersections entre la courbe et la droite $y = 2$. Dans ta copie, évite une réponse isolée telle que « −1 et 3 ». Rédige une phrase qui nomme l'objet mathématique : « La droite d'équation $y = 2$ coupe la courbe représentative de f en deux points d'abscisses −1 et 3. Donc les antécédents de 2 par f sont −1 et 3. » Cette rédaction prouve que tu sais interpréter ce que tu lis. Si le graphique donne des valeurs approximatives, adapte la conclusion : « On lit environ −1,2 et 2,8. » Vérifie enfin la cohérence : chaque valeur annoncée doit être lue sur l'axe horizontal, et leur nombre doit correspondre au nombre d'intersections. Cette vérification finale prend peu de temps et évite la confusion la plus fréquente. Ta finale est simple : horizontal pour chercher les points, vertical pour lire les x, puis une phrase claire.

Exemples résolus

Deux antécédents lus exactement

Énoncé. La droite d'équation $y = 3$ coupe la courbe représentative de f aux points $A(-2 ; 3)$ et $B(4 ; 3)$. Détermine les antécédents de 3 par f.

1. Chercher les antécédents de 3 revient à résoudre graphiquement $f(x) = 3$.
2. Les points de la courbe ayant pour ordonnée 3 sont A et B.
3. Lire leurs abscisses : A a pour abscisse −2 et B a pour abscisse 4.
4. Rédiger la conclusion en citant les deux valeurs.

Résultat : Les antécédents de 3 par f sont −2 et 4.

Aucun antécédent sur le graphique

Énoncé. Sur un graphique, la courbe de g reste entièrement sous la droite horizontale d'équation $y = 5$. Détermine les antécédents de 5 par g.

1. Chercher les antécédents de 5 revient à chercher les intersections de la courbe avec la droite $y = 5$.
2. La droite $y = 5$ ne rencontre pas la courbe représentative de g.

3. Il n'existe donc aucun nombre x représenté tel que $g(x) = 5$.

Résultat : Le nombre 5 n'a pas d'antécédent par g sur le graphique.

Lecture approchée

Énoncé. La droite $y = -1$ coupe la courbe de h en deux points dont les abscisses se lisent environ −2,3 et 1,6. Donne les antécédents de −1 par h.

1. Partir de −1 sur l'axe des ordonnées et repérer les deux intersections avec la courbe.
2. Lire verticalement les abscisses correspondantes.
3. Conserver le symbole ≈ car les intersections ne tombent pas sur des graduations exactes.

Résultat : Les antécédents de −1 par h sont environ −2,3 et 1,6.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Les mots précis ★☆☆

Complète chaque phrase avec « image » ou « antécédent ».

1. Si f(2) = 7, alors 7 est l'_____ de 2. .....
2. Si f(2) = 7, alors 2 est un _____ de 7. .....
3. Pour chercher les antécédents de 4, commence sur l'axe des _____. .....

2 Lire les antécédents sur des points ★☆☆

Donne les antécédents demandés.

1. La courbe de g passe par A(−3 ; 2), B(1 ; 2) et C(4 ; −1). Donne les antécédents de 2.
.....
2. Avec les mêmes points, donne un antécédent de −1. .....

3 Lire sans confondre ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. Pour chercher les antécédents de 0, on repère les intersections avec l'axe des abscisses.
.....
2. Un nombre possède toujours un seul antécédent par une fonction. .....
3. Si la droite y = 6 ne coupe pas la courbe, 6 n'a aucun antécédent sur le graphique.
.....

4 Traduire une lecture ★★☆

Résous graphiquement chaque équation à partir des informations données.

1. La droite y = 4 coupe la courbe de f aux abscisses −2 et 5. Résous f(x) = 4. .....
2. La droite y = −3 touche la courbe de f au point d'abscisse 1. Résous f(x) = −3. .....
3. La droite y = 8 ne rencontre pas la courbe de f. Résous f(x) = 8. .....

5 Choisir la bonne précision ★★☆

Donne les antécédents en respectant la précision indiquée.

1. La droite y = 1 coupe la courbe de h pour x ≈ −1,7 et x ≈ 2,2. Donne les antécédents de 1.
.....
2. La courbe passe exactement par le point (3 ; −2). Donne un antécédent de −2.
.....

6 Tenir compte d'un intervalle ★★☆

Sélectionne les réponses qui respectent l'intervalle demandé.

1. Les antécédents de 2 par k sont −4, −1, 3 et 6. Donne ceux qui appartiennent à l'intervalle [−2 ; 4].

2. Les antécédents de −1 par k sont −2,5 et 1,2. Donne ceux qui appartiennent à l'intervalle [0 ; 3].

7 Rédiger comme au brevet ★★★

Rédige une réponse justifiée.

La droite d'équation y = −2 coupe la courbe représentative de m en deux points d'abscisses −3 et 2,5. Détermine les solutions de m(x) = −2.

La droite y = 5 ne coupe pas la courbe de m sur la partie représentée. Détermine les antécédents de 5.

8 Une infinité d'antécédents ★★★

Analyse la situation et rédige la conclusion.

Entre les abscisses −1 et 3, la courbe de n est confondue avec le segment horizontal d'équation y = 4. Détermine les antécédents de 4 sur cette portion.

ÉVALUATION

Réponds avec rigueur. Rédige une phrase lorsque la question demande une justification.

Barème : 20 points

1. La courbe de f passe par le point A(−2 ; 4). Donne l'image de −2 par f. / 2

2. La courbe de f passe par le point B(3 ; −1). Donne un antécédent de −1 par f. / 2

3. La droite y = 2 coupe la courbe de f aux abscisses −3, 1 et 4. Résous f(x) = 2. / 3

4. La droite y = 6 ne rencontre pas la courbe de f. Détermine les antécédents de 6. / 3

5. La droite y = 0 coupe la courbe de f aux abscisses −1,5 et 2. Que représentent ces deux nombres ? / 3

6. La droite y = −2 coupe la courbe de g aux abscisses environ −0,8 et 3,1. Rédige une conclusion. / 4

7. Explique pourquoi chercher les antécédents de 5 revient à utiliser une droite horizontale. / 3

Les conseils de Coach Vince

Annonce ce que tu cherches
Écris d'abord que tu cherches les intersections de la courbe avec la droite y = a. Ta conclusion devient alors justifiée, pas seulement devinée.

Contrôle axe et nombre de réponses
Avant de rendre ta copie, vérifie que chaque réponse est lue sur l'axe horizontal. Compte aussi toutes les intersections : c'est ton contrôle de rigueur.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « fonctions » en 3e** · /mathematiques-3eme/fonctions/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/