



Calculer efficacement en 3^e : nombres, puissances et calcul littéral pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 50 min

Objectif : maîtriser les automatismes

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Tu sécurises d'abord les priorités de calcul, puis les signes : cet ordre évite la majorité des erreurs.
- ▶ Une puissance, une racine carrée ou une expression littérale se traite avec des règles précises, jamais à l'intuition.
- ▶ Au brevet, écris les étapes utiles et vérifie que ton résultat est cohérent : Coach Vince veut un calcul propre, pas un coup de chance.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer sans erreur, simplifier une expression, déterminer une racine exacte ou exploiter un PGCD dans une situation de partage.

Type de question Calcul à justifier, QCM d'automatismes sans calculatrice, expression littérale à transformer et problème d'arithmétique.

Exemple type On considère $C = 5 - 2 \times (-3)^2$. Calcule C en détaillant les priorités opératoires, puis indique si 91 est premier.

Alerte piège Commencer les additions avant les produits, oublier les parenthèses autour d'un nombre négatif ou confondre une racine carrée avec un nombre négatif.

LA LEÇON

Construis un calcul fiable

Les automatismes regroupent les calculs que tu dois savoir mener rapidement et avec rigueur. Dans un calcul numérique, respecte toujours cet ordre : parenthèses, puissances et racines carrées, multiplications et divisions de gauche à droite, puis additions et soustractions de gauche à droite. Une barre de fraction joue le rôle de parenthèses : calcule entièrement le numérateur et le dénominateur avant de diviser. Par exemple, dans $18 - 3 \times 4^2 \div 6$, tu calcules d'abord $4^2 = 16$, puis $3 \times 16 \div 6 = 8$, donc $18 - 8 = 10$. Ne lis jamais $18 - 3$ comme une première étape : la multiplication est prioritaire. Pour additionner ou soustraire des nombres relatifs, observe les signes. Deux nombres de même signe s'additionnent : $(-7) + (-5) = -12$. Deux nombres de signes contraires se ramènent à une différence : $9 + (-14) = -5$, car 14 est la plus grande distance à zéro et son signe est négatif. Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé : $6 - (-8) = 6 + 8 = 14$. En revanche, pour multiplier ou diviser des nombres relatifs, calcule les distances à zéro puis applique la règle des signes : même signe, résultat positif ; signes contraires, résultat négatif. Ainsi, $(-15) \div 3 = -5$ et $(-4) \times (-6) = 24$. Garde les parenthèses autour d'un nombre négatif quand elles évitent une ambiguïté. Elles sont indispensables dans une puissance : $(-3)^2 = 9$, tandis que $-3^2 = -9$, car seule la puissance est calculée avant le signe moins placé devant.

Puissances et racines : les règles à utiliser au bon moment

Écriture	Règle valable	Exemple contrôlé
a^n	Si n est un entier positif, a^n est le produit de n facteurs égaux à a .	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.
$a^m \times a^n$	Cette règle vaut seulement si la base est identique : $a^m \times a^n = a^{m+n}$.	$2^3 \times 2^4 = 2^7 = 128$.
$a^m \div a^n$	Cette règle vaut seulement si la base est identique et si a n'est pas nul : $a^m \div a^n = a^{m-n}$.	$10^6 \div 10^2 = 10^4 = 10\,000$.
$(a^m)^n$	Une puissance de puissance se traite en multipliant les exposants : $(a^m)^n = a^{mn}$.	$(3^2)^4 = 3^8 = 6\,561$.
$\sqrt{a}$	Si a est positif ou nul, $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif ou nul dont le carré vaut a .	$\sqrt{81} = 9$, car $9^2 = 81$.

Développer, réduire et factoriser sans mélanger les règles

- Réduis seulement des termes semblables. Deux termes sont semblables s'ils ont exactement la même partie littérale. Dans $4x - 7 + 3x + 2$, tu regrouperas $4x$ et $3x$, puis -7 et 2 : $7x - 5$. En revanche, $3x$ et $3x^2$ ne sont pas semblables ; $3x + 3x^2$ ne se réduit pas.
- Développe avec la distributivité. Pour tous nombres a , b et c , $a(b + c) = ab + ac$ et $a(b - c) = ab - ac$. Ainsi, $-3(2x - 5) = -6x + 15$. Le signe du facteur est distribué à chacun des termes. Pour un produit de deux parenthèses, chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : $(x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$.
- Factorise en repérant un facteur commun. La distributivité permet le chemin inverse : $6x + 18 = 6(x + 3)$. Vérifie que le facteur choisi divise chaque terme. Dans $15x - 10$, le facteur commun 5 donne $5(3x - 2)$. Une factorisation est utile pour simplifier une expression ou résoudre un problème, mais elle doit rester équivalente à l'expression de départ.
- Utilise les identités remarquables seulement si la forme correspond exactement. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Par exemple, $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$. Ne transforme pas $x^2 + 25$ en $(x + 5)^2$: il manque le terme $10x$.
- Remplace une lettre avec discipline. Si $A = 3x^2 - 2x$ et $x = -2$, écris $A = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2)$. Tu calcules $(-2)^2 = 4$, donc $A = 12 + 4 = 16$. Les parenthèses protègent le signe du nombre remplacé.

Racine carrée et carré parfait : garde le sens exact

La racine carrée $\sqrt{a}$ n'existe, dans les nombres étudiés ici, que lorsque a est positif ou nul. Ainsi $\sqrt{49} = 7$ et $\sqrt{0} = 0$, mais $\sqrt{(-9)}$ n'est pas un nombre réel. Attention : $\sqrt{a^2} = |a|$, c'est-à-dire la distance de a à zéro. Donc $\sqrt{((-6)^2)} = 6$ et non -6 . En revanche, si a est positif ou nul, alors $\sqrt{a^2} = a$. Ne confonds pas $\sqrt{a + b}$ et $\sqrt{a} + \sqrt{b}$: cette égalité n'est pas vraie en général. Par exemple, $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$, tandis que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$. Pour reconnaître rapidement un carré parfait, mémorise notamment 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 et 100. Ces repères servent aussi à encadrer une racine : comme $49 < 55 < 64$, on sait que $7 < \sqrt{55} < 8$.

Arithmétique : premiers, diviseurs et PGCD

Un nombre entier positif est premier s'il possède exactement deux diviseurs positifs distincts : 1 et lui-même. Le nombre 2 est le seul nombre premier pair. Le nombre 1 n'est pas premier, car il ne possède qu'un seul diviseur positif. Pour tester si un nombre est premier, cherche si un nombre premier plus petit peut le diviser sans reste. Par exemple, 51 est divisible par 3 car $5 + 1 = 6$, multiple de 3 ; il n'est donc pas premier. La décomposition en produit de facteurs premiers écrit un entier comme une multiplication de nombres premiers. Pour 84, tu peux obtenir $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$. Cette écriture est unique à l'ordre des facteurs près. Elle permet notamment

de déterminer un PGCD, le plus grand commun diviseur de deux entiers positifs. Le PGCD est le plus grand entier qui divise les deux nombres sans reste. Pour calculer $\text{PGCD}(84 ; 126)$, décompose : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Tu gardes les facteurs communs avec leur plus petit exposant : $2 \times 3 \times 7 = 42$. Donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 42$. Dans un contexte de partage ou de découpage en lots identiques, le PGCD donne le plus grand nombre d'éléments par lot possible, à condition que chaque lot utilise tous les objets sans reste. Il sert aussi à simplifier une fraction : comme $\text{PGCD}(84 ; 126) = 42$, $84 \div 126 = 2 \div 3$. Écris les deux divisions, pas seulement le résultat : tu montres ainsi pourquoi la fraction est irréductible après simplification. Dernier contrôle : vérifie que ton PGCD divise réellement les deux nombres. Un calcul arithmétique solide repose sur cette vérification simple.

Exemples résolus

Calcul numérique avec signes et priorités

Énoncé. Calcule $A = 24 - 3 \times (-2)^2 + 18 \div (-3)$.

1. Calcule la puissance : $(-2)^2 = 4$.
2. Effectue la multiplication et la division : $3 \times 4 = 12$ et $18 \div (-3) = -6$.
3. Remplace dans l'expression : $A = 24 - 12 + (-6)$.
4. Calcule de gauche à droite : $A = 12 - 6 = 6$.

Résultat : $A = 6$.

Développer puis réduire une expression

Énoncé. Développe et réduis $B = (2x - 3)(x + 4)$.

1. Multiplie $2x$ par chaque terme de la seconde parenthèse : $2x \times x = 2x^2$ et $2x \times 4 = 8x$.
2. Multiplie -3 par chaque terme de la seconde parenthèse : $-3 \times x = -3x$ et $-3 \times 4 = -12$.
3. Écris la somme : $B = 2x^2 + 8x - 3x - 12$.
4. Réduis les termes semblables : $8x - 3x = 5x$.

Résultat : $B = 2x^2 + 5x - 12$.

Trouver un PGCD par facteurs premiers

Énoncé. Détermine $\text{PGCD}(180 ; 252)$.

1. Décompose 180 : $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$.
2. Décompose 252 : $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.
3. Repère les facteurs premiers communs avec les plus petits exposants : $2^2 \times 3^2$.
4. Calcule : $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.

Résultat : $\text{PGCD}(180 ; 252) = 36$.

Les conseils de Coach Vince



Une ligne, une action

À chaque ligne de calcul, transforme une seule partie de l'expression et conserve le reste. Tu peux alors repérer immédiatement la ligne où une erreur de signe est apparue.



Justifie le choix de méthode

Avant un PGCD ou une factorisation, annonce la règle utilisée : « Je décompose en facteurs premiers » ou « Je mets 5 en facteur ». Au brevet, une démarche lisible protège ton résultat.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $-4^2 = 16$.	La puissance porte sur 4 et non sur le signe moins placé devant.	Écris $-4^2 = -(4^2) = -16$; utilise $(-4)^2$ seulement si le nombre négatif entier est élevé au carré.
Réduire $5x + 2x^2$ en $7x^2$.	Les termes x et x^2 n'ont pas la même partie littérale.	Ne regroupe que les termes strictement semblables ; conserve $5x + 2x^2$ tel quel.
Affirmer que $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{36} + \sqrt{64}$.	La racine carrée ne se distribue pas sur une addition.	Calcule d'abord l'intérieur de la racine : $\sqrt{100} = 10$.
Choisir un diviseur commun qui n'est pas le plus grand pour annoncer un PGCD.	Un PGCD doit être commun aux deux nombres et supérieur à tous les autres diviseurs communs.	Utilise les facteurs premiers communs avec les plus petits exposants, puis vérifie les deux divisions.

I TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Signes et priorités ★★★

Calcule chaque expression.

1. $A = -8 + 13 - 6$
2. $B = (-7) \times 4$
3. $C = 15 - 2 \times 6$

2 Puissances et racines usuelles ★★★

Complète les égalités.

1. $3^4 = \dots$
2. $\sqrt{64} = \dots$
3. $(-5)^2 = \dots$
4. $-5^2 = \dots$

3 Règles sous contrôle ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. $2^3 \times 2^5 = 2^8$.
2. $\sqrt{(16 + 9)} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$.
3. Le nombre 1 est premier.

4 Réduire des expressions ★★★

Réduis chaque expression.

1. $D = 7x - 3 + 5x + 8$
2. $E = 4a^2 - 6a + 9a^2 + 2a$

5 Distribuer correctement ★★★

Développe et réduis chaque expression.

1. $F = 4(3x - 5)$
2. $G = (x + 3)(x - 4)$

6 Décomposer et déterminer un PGCD ★★★

Décompose puis calcule le PGCD demandé.

1. Décompose 90 en produit de facteurs premiers.
2. Calcule $\text{PGCD}(90 ; 126)$.

7 Calcul complet sans raccourci ★★★

Calcule en détaillant les étapes.

$$H = 30 - 2 \times (-4)^2 \div 8 + \sqrt{49}$$

8 Lots identiques ★★★

Résous le problème en justifiant l'utilisation du PGCD.

Une association possède 84 cahiers et 126 crayons. Elle veut préparer le plus grand nombre de lots identiques en utilisant tout le matériel. Détermine le nombre de lots et leur contenu.

ÉVALUATION

Réalise les calculs avec soin et rédige toute justification demandée.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -12 + 5 \times 3$. / 2
2. Calcule $B = (-6)^2 - 40 \div 5$. / 3
3. Réduis $C = 8x - 5 + 3x + 9$. / 3
4. Développe et réduis $D = (2x - 1)(x + 5)$. / 4
5. Indique si 97 est un nombre premier et justifie. / 4
6. Détermine PGCD(72 ; 120) en utilisant les facteurs premiers. / 4

Quiz de révision

1. Quel est le résultat de $(-3) \times (-8)$?

A) -24 B) 24 C) -11 D) 11

2. Quelle écriture est correcte ?

A) $-2^2 = 4$ B) $(-2)^2 = -4$ C) $(-2)^2 = 4$ D) $\sqrt{(-2)^2} = -2$

3. Quel est le résultat de $10^7 \div 10^3$?

A) 10^{21} B) 10^4 C) 10^{10} D) 1

4. Quelle est la valeur de $\sqrt{121}$?

A) -11 B) 11 C) 22 D) 60,5

5. Quelle expression est réduite correctement ?

A) $4x + 3x^2 = 7x^2$ B) $4x + 3x = 7x$ C) $4x^2 - x = 3x$ D) $2a + 5 = 7a$

6. Quel développement est exact ?

A) $3(x - 4) = 3x - 4$ B) $3(x - 4) = 3x - 12$ C) $3(x - 4) = 3x + 12$ D) $3(x - 4) = x - 12$

7. Lequel de ces nombres est premier ?

A) 21 B) 39 C) 49 D) 53

8. Quel est le PGCD de 18 et 30 ?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 15

9. Quelle affirmation sur les racines carrées est vraie ?

A) $\sqrt{(25 + 9)} = \sqrt{25} + \sqrt{9}$ B) $\sqrt{36} = -6$ C) $\sqrt{0} = 0$ D) $\sqrt{(-16)} = 4$

Guide pour les parents

Faites verbaliser la méthode avant de regarder le résultat. Votre rôle est de demander une justification simple, pas de donner la prochaine étape.

- Proposez un calcul court sans calculatrice et demandez à votre adolescent de nommer les priorités avant de calculer.
- Lors d'une erreur, faites-lui reprendre ligne par ligne en comparant chaque transformation à la ligne précédente ; évitez de corriger directement à sa place.

Questions fréquentes

Q. Dois-je apprendre les carrés parfaits par cœur ?

R. Oui, connaître les carrés de 1 à 10 accélère les calculs de racines carrées et les encadrements.

Q. Puis-je utiliser la calculatrice pour vérifier une racine carrée ?

R. Tu peux vérifier dans les parties où elle est autorisée, mais tu dois savoir reconnaître les racines carrées exactes usuelles sans elle.

Q. Comment savoir si je peux réduire une expression littérale ?

R. Compare les lettres et leurs exposants. Tu peux additionner $4x$ et $-7x$, mais pas $4x$ et $-7x^2$.

Q. Pourquoi décomposer en facteurs premiers pour trouver un PGCD ?

R. Cette méthode fait apparaître tous les diviseurs premiers communs et permet de construire le plus grand produit commun.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Signes et priorités

1. $A = -1$. $-8 + 13 = 5$, puis $5 - 6 = -1$.
2. $B = -28$. Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.
3. $C = 3$. La multiplication est prioritaire : $2 \times 6 = 12$.

Exercice 2 : Puissances et racines usuelles

1. $3^4 = 81$.
2. $\sqrt{64} = 8$.
3. $(-5)^2 = 25$.
4. $-5^2 = -25$.

Exercice 3 : Règles sous contrôle

1. Vrai. Les bases sont identiques, donc les exposants s'additionnent.
2. Faux. $\sqrt{25} = 5$ tandis que $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 7$.
3. Faux. Il n'a qu'un seul diviseur positif.

Exercice 4 : Réduire des expressions

1. $D = 12x + 5$. $7x + 5x = 12x$ et $-3 + 8 = 5$.
2. $E = 13a^2 - 4a$. Les termes en a^2 et les termes en a se regroupent séparément.

Exercice 5 : Distribuer correctement

1. $F = 12x - 20$. Le facteur 4 multiplie les deux termes de la parenthèse.
2. $G = x^2 - x - 12$. Après développement, $3x - 4x = -x$.

Exercice 6 : Décomposer et déterminer un PGCD

1. $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. $90 = 2 \times 45 = 2 \times 3 \times 15 = 2 \times 3^2 \times 5$.
2. $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, donc $\text{PGCD}(90 ; 126) = 2 \times 3^2 = 18$. On garde les facteurs premiers communs avec les plus petits exposants.

Exercice 7 : Calcul complet sans raccourci

1. $H = 30 - 2 \times 16 \div 8 + 7 = 30 - 32 \div 8 + 7 = 30 - 4 + 7 = 33$. La puissance et la racine sont calculées avant la multiplication, la division puis les additions et soustractions.

Exercice 8 : Lots identiques

1. Le nombre maximal de lots identiques est $\text{PGCD}(84 ; 126)$. Or $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$. L'association prépare 42 lots. Chaque lot contient $84 \div 42 = 2$ cahiers et $126 \div 42 = 3$ crayons. Le PGCD donne le plus grand nombre de lots identiques possibles sans reste.

Corrigé de l'évaluation

1. $A = -12 + 15 = 3$. / 2
2. $B = 36 - 8 = 28$. / 3
3. $C = 11x + 4$. / 3
4. $D = 2x^2 + 10x - x - 5 = 2x^2 + 9x - 5$. / 4
5. 97 est un nombre premier. Il n'est divisible ni par 2, ni par 3 car $9 + 7 = 16$ n'est pas multiple de 3, ni par 5, ni par 7. Comme $\sqrt{97}$ est inférieur à 10, aucun autre diviseur premier n'est à tester. / 4
6. $72 = 2^3 \times 3^2$ et $120 = 2^3 \times 3 \times 5$. Donc $\text{PGCD}(72 ; 120) = 2^3 \times 3 = 24$. / 4

Réponses du quiz

1. **B) 24**. Le produit de deux nombres négatifs est positif.
2. **C) $(-2)^2 = 4$** . Avec les parenthèses, le nombre -2 entier est élevé au carré.
3. **B) 10^4** . Pour des puissances de même base non nulle, on soustrait les exposants : $7 - 3 = 4$.
4. **B) 11**. La racine carrée est positive ou nulle, et $11^2 = 121$.
5. **B) $4x + 3x = 7x$** . $4x$ et $3x$ sont des termes semblables.
6. **B) $3(x - 4) = 3x - 12$** . Le facteur 3 doit multiplier chacun des deux termes.
7. **D) 53**. 53 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7.
8. **B) 6**. $18 = 2 \times 3^2$ et $30 = 2 \times 3 \times 5$, donc le produit commun maximal est $2 \times 3 = 6$.

9. **c) $\sqrt{0} = 0$.** 0 est le nombre positif ou nul dont le carré vaut 0.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)