Grandeurs et mesures en 3e : aires, volumes, conversions et vitesses

3e | Difficulté ★★☆ | ⏱ 50 min | Objectif : Maîtriser les grandeurs composées | Tombe souvent au brevet

Éco-encre (N&B)

Prénom : ..... **Date :** .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Aires, volumes, conversions, vitesses, grandeurs composées.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Avant tout calcul, repère la grandeur demandée et choisis une unité adaptée.
- Une aire s'exprime en unité carrée, un volume en unité cube et une capacité souvent en litres.
- Pour une vitesse, les unités de distance et de durée doivent être cohérentes avant d'appliquer une formule.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir interpréter un schéma, sélectionner des données utiles, choisir une formule d'aire, de volume ou de vitesse, convertir si nécessaire, détailler le calcul et interpréter le résultat dans la situation. Cette notion n'a pas de poids officiel fixe : elle peut être mobilisée dans des exercices variés.

Type de question	Problème concret comportant un schéma, un plan, un tableau ou plusieurs étapes ; calcul à justifier ; situation avec données inutiles ; QCM d'automatismes ou lecture d'une représentation.
Exemple type	Un réservoir cylindrique de rayon 0,4 m et de hauteur 1,5 m est rempli aux trois quarts. Un plan indique aussi que son couvercle mesure 0,9 m de diamètre. Calcule le volume d'eau qu'il contient en litres, arrondi au litre près, et précise quelle donnée n'est pas utile.
Alerte piège	Calculer avec des unités différentes, confondre rayon et diamètre, choisir une arête oblique comme hauteur, utiliser toutes les données sans se demander si elles sont utiles, oublier le facteur ÷ 3 pour une pyramide ou un cône, ou répondre dans une unité différente de celle demandée.

LA LEÇON

Identifier la grandeur avant de calculer

Une grandeur est une propriété mesurable d'un objet ou d'une situation : longueur, aire, volume, capacité, masse, durée ou vitesse. Commence toujours par lire l'unité demandée dans la question. Elle indique souvent la formule à choisir et les conversions à effectuer. Une longueur mesure une dimension et s'exprime par exemple en m. Une aire mesure l'étendue d'une surface et s'exprime en m^2. Un volume mesure la place occupée dans l'espace et s'exprime en m^3. Une capacité mesure ce qu'un récipient peut contenir, souvent en L. Ne confonds pas volume et capacité : ils décrivent une même situation possible, mais n'utilisent pas spontanément les mêmes unités. La relation essentielle est 1 dm^3 = 1 L. Ainsi, un pavé droit de volume 35 dm^3 peut contenir 35 L si son intérieur est entièrement rempli. Une grandeur composée est obtenue en combinant plusieurs grandeurs. La vitesse combine

une distance et une durée : elle peut s'exprimer en km/h ou en m/s. Une consommation, un débit ou une masse volumique sont aussi des grandeurs composées. Dans chaque cas, écris l'unité avec autant de soin que le nombre. Un résultat sans unité est incomplet. Coach Vince te demande ce réflexe dès le départ : entoure la grandeur demandée, puis vérifie que ton résultat final porte l'unité exacte.

Formules à connaître et conditions d'utilisation

Figure ou situation	Calcul	Condition à vérifier
Rectangle	Aire = longueur × largeur	Les deux mesures doivent être dans la même unité de longueur.
Triangle	Aire = base × hauteur ÷ 2	La hauteur est perpendiculaire à la droite contenant la base choisie.
Disque de rayon r	Aire = $\pi \times r^2$	Le rayon est la moitié du diamètre ; utilise la valeur de π demandée ou la touche π.
Parallélogramme	Aire = base × hauteur	La hauteur est perpendiculaire à la base, pas forcément un côté de la figure.
Pavé droit	Volume = longueur × largeur × hauteur	Les trois dimensions doivent être dans la même unité.
Prisme droit ou cylindre	Volume = aire de la base × hauteur	La hauteur est la distance perpendiculaire entre les deux bases parallèles.
Pyramide ou cône	Volume = aire de la base × hauteur ÷ 3	La formule ne s'applique qu'à une pyramide ou à un cône ; la hauteur est perpendiculaire à la base.

Aires et volumes : une méthode sans mélange

Pour calculer une aire ou un volume, suis un plan de jeu fixe. Première étape : fais ou lis attentivement le schéma. Repère les dimensions utiles et leur unité. Deuxième étape : identifie la figure. Un solide peut être décomposé en solides plus simples ; une surface peut être découpée en rectangles, triangles ou disques. Troisième étape : écris la formule littérale avant de remplacer les valeurs. Par exemple, pour un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 8 cm, écris V = aire de la base × hauteur, puis $V = \pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi$ cm^3. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on obtient $V \approx 226{,}08$ cm^3. Quatrième étape : vérifie l'unité. Une multiplication de trois longueurs donne une unité cube. Une multiplication de deux longueurs donne une unité carrée. Si tu trouves des cm^2 alors que la question demande une capacité en L, ton calcul n'est pas terminé. Pour une figure composée, additionne les aires de parties qui ne se recouvrent pas. Pour une figure avec un trou, calcule l'aire de la grande surface puis soustrais l'aire retirée. Dans un volume, ne soustrais que si le solide retiré est bien contenu dans le solide initial. Le mot « hauteur » exige une attention particulière : en géométrie, elle désigne une longueur perpendiculaire, même si le dessin est penché. Ne choisis jamais une arête oblique parce qu'elle semble verticale sur la feuille.

Convertir : le nombre de dimensions compte

Pour convertir des longueurs, chaque changement d'unité voisine correspond à × 10 ou ÷ 10. Pour convertir des aires, chaque changement d'unité voisine correspond à × 100 ou ÷ 100, car une aire dépend de deux dimensions. Pour convertir des volumes, chaque changement d'unité voisine correspond à × 1 000 ou ÷ 1 000, car un volume dépend de trois dimensions. Par exemple, 2,5 m^2 = 25 000 cm^2 et 0,07 m^3 = 70 dm^3 = 70 L. N'applique ces facteurs que lorsque tu passes entre unités de même nature : tu ne convertis pas directement des m^2 en L. Utilise la relation 1 dm^3 = 1 L seulement pour relier un volume et une capacité.

Vitesse, distance et durée : le trio à maîtriser

- La vitesse moyenne se calcule par v = distance ÷ durée. Cette formule est valable lorsqu'on cherche une vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet, même si la vitesse a varié pendant le déplacement.
- Si tu connais la vitesse et la durée, calcule la distance par distance = v × durée. Si tu connais la distance et la vitesse, calcule la durée par durée = distance ÷ v.
- Écris les unités dans la formule : une distance en km divisée par une durée en h donne une vitesse en km/h. Une distance en m divisée par une durée en s donne une vitesse en m/s.
- Convertis les durées avant le calcul. Une durée de 1 h 20 min vaut 1 + 20 ÷ 60 h, soit 1⅓ h. Ne traite jamais 1 h 20 min comme le nombre décimal 1,20 h.
- Pour passer de km/h à m/s, divise par 3,6. Pour passer de m/s à km/h, multiplie par 3,6. Cette règle est valable uniquement entre ces deux unités de vitesse.
- Un ordre de grandeur t'aide à contrôler : parcourir une petite distance en peu de temps donne une vitesse modérée ; parcourir une grande distance en quelques secondes donne une vitesse très élevée. Compare ton résultat à la situation avant de conclure.

Résoudre une situation complexe et interpréter un schéma

Dans un problème de brevet, les données ne sont pas toujours rangées dans l'ordre de la formule. Tu peux recevoir un plan, un croquis en perspective, un tableau d'horaires ou un texte contenant des informations inutiles. Ton travail ne consiste donc pas seulement à calculer : tu dois sélectionner les données utiles et choisir une stratégie. Lis d'abord la question finale. Demande-toi ensuite quelle grandeur elle réclame : une aire à couvrir, un volume à remplir, une durée, une vitesse moyenne ou une capacité. Sur un schéma, repère les angles droits, les rayons, les diamètres, les dimensions identiques et les dimensions qui correspondent à la hauteur réelle du solide. Une mesure écrite sur une arête inclinée n'est pas automatiquement une hauteur. Si une figure est composée, indique les parties que tu choisis de calculer ; plusieurs découpages peuvent être corrects. Dans un trajet avec un arrêt, la vitesse moyenne sur l'ensemble du déplacement utilise la durée totale si l'arrêt fait partie de la situation demandée. Si la question porte seulement sur le temps de roulage, il faut retirer l'arrêt. Avant de lancer un calcul, tu peux rédiger une phrase courte : « Je calcule d'abord l'aire de la base », ou « Je convertis la durée en heures ». Cette phrase montre ton choix de stratégie. Coach Vince te rappelle qu'une donnée non utilisée n'est pas forcément un oubli : elle peut avoir été placée dans l'énoncé pour vérifier que tu sais trier les informations.

Rédiger un calcul mesuré et vérifiable

Au brevet, un calcul juste mais sans démarche peut te faire perdre une partie de la réussite attendue. Rédige donc en lignes courtes. Annonce la formule ou la propriété utilisée, remplace ensuite les lettres par les valeurs avec leurs unités, calcule, puis formule une réponse. Pour une aire, écris par exemple : « Le triangle a pour aire base × hauteur ÷ 2, car la hauteur est perpendiculaire à la base. » Tu peux alors effectuer le calcul. Si une valeur est arrondie, indique le symbole ≈ et précise l'unité. N'écris pas une égalité fausse : 72π cm^3 ≈ 226,08 cm^3 est correct, mais $72\pi = 226{,}08$ n'est vrai que si π est remplacé par une valeur approchée. Lorsqu'une question porte sur une quantité nécessaire, comme une peinture, des dalles ou de l'eau, lis le sens de l'arrondi. Il faut parfois arrondir à l'unité supérieure pour disposer d'une quantité suffisante. Enfin, contrôle la cohérence : l'aire d'un petit disque ne peut pas dépasser sans raison celle d'un grand rectangle ; le volume d'un contenant exprimé en cm^3 doit devenir un nombre mille fois plus petit lorsqu'il est exprimé en L. Cette vérification finale est ta récup utile : elle évite les erreurs d'unité et protège ton résultat.

Exemples résolus

Calculer une capacité à partir d'un volume

Énoncé. Une caisse a la forme d'un pavé droit de longueur 1,2 m, de largeur 0,8 m et de hauteur 0,5 m. Calcule son volume, puis sa capacité en litres.

1. Les dimensions sont toutes exprimées en m : la formule du volume du pavé droit peut être utilisée.
2. V = longueur × largeur × hauteur = 1,2 × 0,8 × 0,5 = 0,48 m^3.

3. Or 1 m^3 = 1 000 L, donc 0,48 m^3 = 480 L.

Résultat : Le volume de la caisse est 0,48 m^3 et sa capacité est 480 L.

Déterminer une vitesse moyenne

Énoncé. Un cycliste parcourt 18 km en 1 h 30 min. Calcule sa vitesse moyenne en km/h, puis donne une valeur approchée en m/s.

1. La durée doit être exprimée en heures : 1 h 30 min = 1,5 h.
2. v = distance ÷ durée = 18 ÷ 1,5 = 12 km/h.
3. Pour convertir des km/h en m/s, on divise par 3,6 : 12 ÷ 3,6 ≈ 3,3 m/s.

Résultat : La vitesse moyenne du cycliste est 12 km/h, soit environ 3,3 m/s.

Calculer le volume d'un cône

Énoncé. Un cône a un rayon de base de 4 cm et une hauteur de 9 cm. Calcule son volume exact, puis une valeur approchée au cm^3 près.

1. Le volume d'un cône est égal à aire de la base × hauteur ÷ 3.
2. L'aire de la base est $\pi \times 4^2 = 16\pi$ cm^2.
3. $V = 16\pi \times 9 \div 3 = 48\pi$ cm^3.
4. Avec $\pi \approx 3{,}14$, $V \approx 150{,}72$ cm^3.

Résultat : Le volume du cône est 48π cm^3, soit environ 151 cm^3.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Choisir la bonne unité ★☆☆

Associe chaque grandeur à son unité adaptée.

1. Aire d'un terrain : m, m^2 ou m^3 ? .....
2. Volume d'une boîte : cm, cm^2 ou cm^3 ? .....
3. Vitesse d'un marcheur : km/h, L ou kg ? .....

2 Conversions rapides ★☆☆

Convertis dans l'unité demandée.

1. Convertis 4,2 m^2 en cm^2. .....
2. Convertis 3 500 cm^3 en L. .....
3. Convertis 0,6 m^3 en L. .....

3 Aire d'un triangle ★☆☆

Calcule l'aire du triangle.

1. Un triangle a une base de 14 cm et une hauteur perpendiculaire de 9 cm. .....

4 Distance, durée, vitesse ★★☆

Calcule la grandeur demandée.

1. Une voiture roule à 72 km/h pendant 2,5 h. Calcule la distance parcourue. .....
2. Un coureur parcourt 400 m en 80 s. Calcule sa vitesse moyenne en m/s. .....
3. Convertis 54 km/h en m/s. .....

5 Formules sous contrôle ★★☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis corrige celles qui sont fausses.

1. Le volume d'un cylindre est égal à $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$. .....
2. Le volume d'une pyramide est égal à aire de la base × hauteur. .....
3. $1\ dm^3 = 1$ L. .....

6 Un bassin rectangulaire ★★☆

Calcule le volume puis la capacité du bassin.

Un bassin a la forme d'un pavé droit de longueur 3 m, largeur 2 m et profondeur 1,2 m. Donne son volume en m^3 puis en litres.

7 Surface restante ★★★

Calcule l'aire de matière restante.

Une plaque carrée de côté 20 cm est percée d'un trou circulaire de rayon 5 cm. Calcule l'aire restante en utilisant $\pi \approx 3{,}14$.

8 Vitesse moyenne sur un trajet ★★★

Analyse les données et rédige le calcul de la vitesse moyenne.

Un élève effectue un trajet de 12 km. Il part à 8 h 15 et arrive à 8 h 55. Calcule sa vitesse moyenne en km/h.

ÉVALUATION

Rédige les calculs utiles, indique les unités et vérifie la cohérence de chaque résultat.

Barème : 20 points

1. Convertis 2,8 m^2 en cm^2. / 3

2. Un rectangle mesure 7,5 cm de longueur et 4 cm de largeur. Calcule son aire. / 3

3. Un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm a pour volume $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$. Donne son volume exact. / 3

4. Convertis 2,4 L en cm^3. / 2

5. Un bus parcourt 150 km en 2 h 30 min. Calcule sa vitesse moyenne en km/h. / 4

6. Une pyramide a une aire de base de 36 cm^2 et une hauteur de 12 cm. Calcule son volume. / 3

7. Explique pourquoi on ne peut pas convertir directement 5 m^2 en litres. / 2

Les conseils de Coach Vince

La formule d'abord
Avant tout remplacement numérique, écris la formule adaptée et vérifie sa condition d'utilisation. Tu rends ainsi ton raisonnement lisible et tu repères plus vite une mauvaise figure.

Le contrôle final
À la dernière ligne, relis l'unité demandée et teste l'ordre de grandeur de ton résultat. Une conversion cohérente vaut mieux qu'un calcul rapide non vérifié.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « grandeurs-mesures » en 3e** · /mathematiques-3eme/grandeurs-mesures/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/