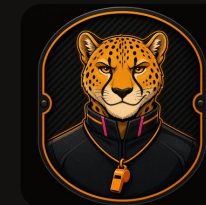


Résoudre une équation en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet



3^e

Difficulté ★★

🕒 45 min

Objectif : résoudre une équation

Tombe souvent au brevet

Vidéoprojection

Compétence visée (programme cycle 4) : Résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue et une équation produit nul, puis mettre un problème en équation.



Coach Vince te résume l'essentiel

- Une équation est une égalité qui contient une inconnue : ton but est de trouver les valeurs qui la rendent vraie.

- Pour résoudre une équation du premier degré, transforme les deux membres de façon identique jusqu'à isoler l'inconnue.
- Pour une équation produit nul, un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois résoudre une équation en montrant les transformations, ou choisir une inconnue puis traduire les données d'un problème par une équation.

Type de question Calcul à justifier, mise en équation dans un problème, QCM d'automatismes ou analyse d'une résolution.

Exemple type Un abonnement coûte 6 € puis 4 € par séance. Écris une équation permettant de savoir pour combien de séances le prix atteint 30 €, puis résous-la.

Alerte piège Changer un signe dans un seul membre, appliquer le produit nul sans avoir obtenu un produit égal à 0, ou oublier la phrase de conclusion avec l'unité.

I LA LEÇON

I Comprendre ce que tu cherches

Une équation est une égalité dans laquelle apparaît une lettre, appelée inconnue. Cette lettre représente un nombre que tu ne connais pas encore. Dans l'équation $4x - 7 = 13$, le membre de gauche est $4x - 7$ et le membre de droite est 13. Résoudre l'équation consiste à déterminer toutes les valeurs de x qui rendent l'égalité vraie. Une telle valeur est une solution. Ici, $x = 5$ est une solution car $4 \times 5 - 7 = 13$. Attention : écrire $x = 5$ n'est pas une étape de calcul au hasard ; c'est une conclusion obtenue après des transformations justifiées. Une équation peut avoir une seule solution, aucune solution ou plusieurs solutions selon sa forme. Au programme, tu rencontres surtout les équations du premier degré à une inconnue et les équations produit nul. Une équation du premier degré peut se présenter sous la forme $ax + b = cx + d$, où a , b , c et d sont des nombres. L'inconnue x n'est jamais élevée au carré dans ce type d'équation. Avant de commencer, réduis chaque membre si nécessaire. Par exemple, dans $3x + 5 - x = 17$, tu peux d'abord écrire $2x + 5 = 17$. Ce réflexe évite des calculs inutiles. Coach Vince te le rappelle : lis l'égalité comme une balance. Tu dois conserver l'équilibre à chaque ligne.

| Le plan de jeu pour isoler x

- Réduis les expressions de chaque membre. Dans $2x + 3x - 4 = 11$, regroupe les termes semblables : $5x - 4 = 11$.
- Supprime d'abord les termes qui ne contiennent pas x . Tu peux ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres, car l'égalité reste vraie. De $5x - 4 = 11$, ajoute 4 aux deux membres : $5x = 15$.
- Supprime ensuite le coefficient de x . Si x est multiplié par un nombre non nul, divise les deux membres par ce même nombre. De $5x = 15$, divise par 5 : $x = 3$.
- Lorsque x apparaît dans les deux membres, rassemble les termes avec x d'un côté et les nombres de l'autre. Pour $7x + 2 = 3x + 18$, soustrais $3x$ aux deux membres, puis soustrais 2 aux deux membres : $4x = 16$, donc $x = 4$.
- Écris une transformation par ligne avec le signe égal bien aligné. Ne saute pas directement de $7x + 2 = 3x + 18$ à $x = 4$: le correcteur doit pouvoir suivre ton raisonnement.
- Vérifie la valeur trouvée en la remplaçant dans l'équation de départ. Pour $x = 4$, $7 \times 4 + 2 = 30$ et $3 \times 4 + 18 = 30$. Les deux membres sont égaux : la solution est correcte.

Des transformations autorisées, sous condition

Situation	Transformation possible	Exemple rédigé
Un même nombre est ajouté ou soustrait	Ajoute ou soustrais ce nombre aux deux membres.	$x - 6 = 9$, donc $x - 6 + 6 = 9 + 6$, puis $x = 15$.
Les deux membres sont multipliés	Multiplie les deux membres par le même nombre non nul.	$x \div 3 = 4$, donc $3 \times (x \div 3) = 3 \times 4$, puis $x = 12$.
Les deux membres sont divisés	Divise par le même nombre, seulement si ce nombre est différent de 0.	$-4x = 20$, donc $x = 20 \div (-4)$, soit $x = -5$.
Une expression contient des parenthèses	Développe correctement avant de regrouper les termes.	$3(x - 2) = 15$ devient $3x - 6 = 15$, puis $3x = 21$.

La règle du produit nul

La règle du produit nul s'applique uniquement lorsqu'un membre de l'équation est un produit et que l'autre membre vaut 0. Si $A \times B = 0$, alors $A = 0$ ou $B = 0$. Réciproquement, si $A = 0$ ou $B = 0$, alors $A \times B = 0$. Pour résoudre $(x - 5)(2x + 1) = 0$, applique la règle à chaque facteur : $x - 5 = 0$ ou $2x + 1 = 0$. La

première équation donne $x = 5$. La seconde donne $2x = -1$, donc $x = -\frac{1}{2}$. L'équation possède donc deux solutions : 5 et $-\frac{1}{2}$. Ne divise pas par $x - 5$ ou par $2x + 1$: l'un de ces facteurs peut justement être nul. Si l'équation est $x^2 - 9 = 0$, tu dois d'abord factoriser : $x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$. Tu obtiens alors $x = 3$ ou $x = -3$. La factorisation est la clé qui transforme une expression en produit.

I Mettre un problème en équation

Dans un problème, tu ne commences pas par calculer : tu choisis d'abord clairement l'inconnue. Écris une phrase telle que « On note x le prix d'un carnet en euros. » Ensuite, traduis chaque information avec x . Si trois carnets identiques et un stylo à 2 € coûtent 17 €, la situation devient $3x + 2 = 17$. Résous : $3x = 15$, donc $x = 5$. Termine par une phrase adaptée au contexte : « Un carnet coûte 5 €. » L'unité est indispensable si la grandeur en possède une. Pour réussir la traduction, repère les mots importants. « Somme » indique une addition ; « différence » indique une soustraction ; « le double » signifie $2x$; « trois de plus » signifie $x + 3$. Évite l'expression « trois fois moins », car elle est ambiguë dans l'usage courant. Si l'énoncé précise qu'une quantité est le tiers d'une autre, tu traduis alors cette information par une division par 3. Dessine un schéma simple ou fais un tableau si les données sont nombreuses. Dans un problème de longueurs, vérifie qu'une solution est compatible avec la situation : une longueur

ne peut pas être négative. Dans un problème d'objets, vérifie aussi si le résultat doit être entier. Une équation peut fournir un résultat exact, mais le contexte permet de décider s'il est acceptable. La finale est toujours la même : réponse au problème, unité, puis vérification rapide.

I Cas particuliers et rédaction solide

Certaines équations donnent un résultat surprenant, mais parfaitement logique. Pour $4x + 3 = 4x + 8$, soustrais $4x$ aux deux membres : $3 = 8$. Cette égalité est fausse ; l'équation n'a donc aucune solution. Pour $5x - 2 = 5x - 2$, soustrais $5x$ aux deux membres : $-2 = -2$. Cette égalité est toujours vraie ; tous les nombres sont solutions. Ces cas apparaissent surtout quand l'inconnue est présente dans les deux membres. Ne les transforme jamais en $x = 0$: ce serait une conclusion inventée. Soigne aussi les signes. De $-3x = 12$, tu trouves $x = -4$, car $12 \div (-3) = -4$. De $x - 9 = -2$, tu ajoutes 9 aux deux membres et obtiens $x = 7$. Quand tu développes $-2(x - 4)$, le signe négatif agit sur les deux termes : $-2x + 8$. Enfin, la vérification ne remplace pas les étapes de résolution, mais elle détecte beaucoup d'erreurs de signe. Écris par exemple : « Vérification : pour $x = 7$, $2x - 5 = 9$ et $3 + x = 10$ » si les membres ne sont pas égaux ; tu constates alors immédiatement que ta valeur est fausse. Une rédaction nette est ton meilleur allié : transformations légales, calculs lisibles, conclusion encadrée.

Exemples résolus

Équation du premier degré avec x dans les deux membres

Énoncé. Résous l'équation $6x - 5 = 2x + 11$.

1. Soustrais $2x$ aux deux membres : $4x - 5 = 11$.
2. Ajoute 5 aux deux membres : $4x = 16$.
3. Divise les deux membres par 4 : $x = 4$.
4. Vérifie : $6 \times 4 - 5 = 19$ et $2 \times 4 + 11 = 19$.

Résultat : L'équation admet une unique solution : $x = 4$.

Équation produit nul après factorisation

Énoncé. Résous l'équation $x^2 - 5x = 0$.

1. Factorise par x : $x^2 - 5x = x(x - 5)$.
2. Écris l'équation sous la forme $x(x - 5) = 0$.
3. Applique la règle du produit nul : $x = 0$ ou $x - 5 = 0$.

4. Résous la seconde équation : $x = 5$.

Résultat : Les solutions sont 0 et 5.

Mise en équation d'un problème

Énoncé. Un rectangle a une largeur de 4 cm et un périmètre de 26 cm. Détermine sa longueur.

1. On note x la longueur du rectangle en cm.
2. Le périmètre vaut $2 \times (x + 4)$, donc $2(x + 4) = 26$.
3. Développe : $2x + 8 = 26$.
4. Soustrais 8 aux deux membres : $2x = 18$.
5. Divise par 2 : $x = 9$.
6. Vérifie : $2 \times (9 + 4) = 26$.

Résultat : La longueur du rectangle est 9 cm.

Les conseils de Coach Vince



Aligne tes égalités

Une ligne correspond à une transformation précise appliquée aux deux membres. Au brevet, une rédaction lisible permet de repérer immédiatement une erreur de signe.



Garde la vérification pour la finale

Remplace la solution dans l'équation de départ, pas dans une ligne intermédiaire. Si les deux membres donnent le même nombre, ta conclusion est solide.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Échauffement : isole x ★★

Résous chaque équation.

1. $x + 8 = 15$

2. $4x = 28$

3. $x - 6 = -9$

2 Série 1 : attention aux signes ★★

Résous chaque équation.

1. $-3x = 18$

2. $5x - 7 = 13$

3. $x \div 4 + 2 = 5$

3 Série 2 : rassemble les termes ★★

Résous en détaillant les transformations.

$$7x + 4 = 3x + 20$$

$$2(x + 3) = x + 11$$