



Résoudre une inéquation en 3^e : cours, méthode et exercices pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 50 min

Objectif : résoudre une inéquation

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Une inéquation cherche toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent une inégalité vraie.
- ▶ Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres ne change jamais le sens de l'inégalité.
- ▶ Multiplier ou diviser par un nombre négatif impose de retourner le signe : c'est le réflexe à maîtriser.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois résoudre une inéquation, présenter des calculs lisibles et donner l'ensemble des solutions sous la forme attendue.

Type de question Calcul à justifier, parfois intégré à un problème ou à une question d'automatismes.
Exemple type Un abonnement coûte 6 € fixes puis 3 € par séance. Résous l'inéquation $6 + 3x \leq 24$ pour déterminer le nombre maximal de séances possibles.

Alerte piège Oublier de retourner le signe lors d'une division par un nombre négatif, ou donner une seule valeur alors que plusieurs valeurs conviennent.

LA LEÇON

Comprendre ce que tu cherches

Une inéquation est une inégalité dans laquelle apparaît une inconnue, souvent notée x . Les signes possibles sont $<$, $>$, $\leq$ et $\geq$. Par exemple, $2x + 1 < 9$ est une inéquation. La question n'est pas de trouver une unique valeur de x , comme dans une équation : tu dois déterminer toutes les valeurs qui rendent l'inégalité vraie. Une valeur qui convient est appelée une solution. L'ensemble de toutes les solutions se nomme l'ensemble des solutions. Teste l'inéquation $2x + 1 < 9$ avec $x = 3$. Tu obtiens $2 \times 3 + 1 < 9$, donc $7 < 9$: c'est vrai. Le nombre 3 est une solution. Avec $x = 5$, tu obtiens $11 < 9$: c'est faux. Le nombre 5 n'est pas une solution. Ton travail consiste à remplacer ce test par une méthode qui décrit directement tous les nombres possibles. Les deux côtés de l'inégalité sont les membres. Dans $4x - 3 \geq 9$, $4x - 3$ est le membre de gauche et 9 est le membre de droite. Résoudre revient à isoler x dans un membre, exactement comme pour une équation, mais avec une vigilance supplémentaire sur le signe de comparaison. La réponse peut s'écrire sous la forme $x \leq 5$, $x > -2$ ou encore avec un intervalle. Par exemple, $x \leq 5$ correspond à l'intervalle $]-\infty ; 5]$. Le crochet fermé près de 5 signifie que 5 est accepté. À l'inverse, $x < 5$ correspond à $]-\infty ; 5[$: 5 est exclu. Le symbole ∞ n'est jamais inclus dans un intervalle : il est toujours accompagné d'un crochet ouvert. Ne confonds pas inégalité et inéquation. L'écriture $3 < 7$ est une inégalité vraie, sans inconnue. L'écriture $3x < 7$ est une inéquation. Ne confonds pas non plus résoudre et vérifier : vérifier

consiste à tester une valeur donnée ; résoudre consiste à trouver toutes les valeurs possibles. Coach Vince te demande une réponse complète, pas seulement un exemple qui fonctionne.

Les transformations autorisées

Opération faite aux deux membres	Effet sur le signe	Exemple
Ajouter ou retrancher un même nombre	Le signe est conservé.	$x - 4 \leq 2$ devient $x \leq 6$ après ajout de 4.
Multiplier par un nombre strictement positif	Le signe est conservé.	$x \div 3 > 2$ devient $x > 6$ après multiplication par 3.
Diviser par un nombre strictement positif	Le signe est conservé.	$5x \geq 20$ devient $x \geq 4$ après division par 5.
Multiplier par un nombre strictement négatif	Le signe est retourné.	$-2x < 8$ devient $x > -4$ après division par -2 .
Diviser par un nombre strictement négatif	Le signe est retourné.	$x \div -4 \leq 3$ devient $x \geq -12$ après multiplication par -4 .

Ton protocole de résolution

1. Recopie l'inéquation en gardant son signe. Un signe oublié ou transformé sans raison change complètement la réponse. Repère les termes contenant x et les nombres seuls.
2. Regroupe les termes contenant x dans un même membre. Pour cela, ajoute ou retranche la même expression aux deux membres. Dans $5x + 4 > 2x - 8$, retranche $2x$ aux deux membres : $3x + 4 > -8$.
3. Isole le terme avec x . Dans $3x + 4 > -8$, retranche 4 aux deux membres : $3x > -12$. Écris les étapes sur des lignes distinctes : ta démarche devient vérifiable.
4. Divise par le coefficient de x . Ici, tu divises par 3, qui est positif : le signe reste $>$. Tu obtiens $x > -4$. Si le coefficient était négatif, tu retournerais obligatoirement le signe.
5. Rédige l'ensemble des solutions. Tu peux écrire « Les solutions sont les nombres x tels que $x > -4$. » Puis donne l'intervalle $] -4 ; +\infty[$ si cette écriture est demandée. Le nombre -4 est exclu car le signe est strict.
6. Contrôle avec une valeur. Choisis une valeur clairement située dans la solution, puis remplace x dans l'inéquation initiale. Pour $x = 0$, l'inéquation $5x + 4 > 2x - 8$ donne $4 > -8$: c'est vrai. Ton résultat est cohérent.

Le retournement du signe : règle impérative

Tu retournes le signe uniquement lorsque tu multiplies ou divises les deux membres par un même nombre strictement négatif. Dans $-3x \geq 12$, la division par -3 donne $x \leq -4$, et non $x \geq -4$. Pourquoi ? Parce que l'ordre des nombres est inversé lorsqu'on les multiplie par un nombre négatif : $2 < 5$, mais $-2 > -5$. En revanche, déplacer un terme d'un membre à l'autre ne signifie pas « changer son signe » par magie. Tu ajoutes ou retranches réellement la même quantité aux deux membres, et le signe de comparaison est alors conservé.

Cas utiles et rédaction finale

Certaines inéquations demandent d'abord de développer ou de réduire. Pour résoudre $2(x - 3) \leq x + 5$, développe le membre de gauche : $2x - 6 \leq x + 5$. Retrancher ensuite x aux deux membres : $x - 6 \leq 5$. Ajoute 6 : $x \leq 11$. Le développement doit être exact : $2(x - 3)$ vaut $2x - 6$, car $2 \times -3 = -6$. Avec une fraction, demande-toi si le nombre par lequel tu vas multiplier est positif ou négatif. Dans $(x - 1) \div 3 \geq 2$, multiplie les deux membres par 3. Comme 3 est positif, le signe ne bouge pas : $x - 1 \geq 6$, puis $x \geq 7$. Cette méthode est valable parce que le dénominateur 3 est non nul et positif. Tu peux aussi rencontrer une inéquation dont tous les x disparaissent. Par exemple, $4x + 2 < 4x + 7$ devient $2 < 7$ après soustraction de $4x$. Cette affirmation est vraie : tous les nombres réels sont solutions. À l'inverse, $3x - 1 > 3x + 2$ devient $-1 > 2$, ce qui est faux : il n'y a aucune solution. N'invente pas une valeur de x dans ces deux cas. Sur une droite graduée, un point plein signifie que la borne est incluse, donc qu'il y a $\leq$ ou $\geq$. Un point creux signifie qu'elle est exclue, donc qu'il y a $<$ ou $>$. La demi-droite part à droite pour x supérieur à la borne, et à gauche pour x inférieur à la borne. C'est un bon contrôle visuel de ton intervalle. Au brevet, la qualité de la

rédaction compte. Aligne les transformations. Fais apparaître le retournement du signe sur la ligne concernée. Termine par une phrase de conclusion précise. Évite « $x = \dots$ » lorsque l'inéquation admet plusieurs solutions : écris plutôt « $x \leq \dots$ » ou « l'ensemble des solutions est $\dots$ ». Tu construis une réponse lisible, solide et contrôlée : c'est ton plan de jeu.

Exemples résolus

Une inéquation à coefficient positif

Énoncé. Résous $3x - 5 \leq 10$.

1. Ajoute 5 aux deux membres : $3x \leq 15$.
2. Divise les deux membres par 3, qui est strictement positif : $x \leq 5$.
3. Écris l'ensemble des solutions : $]-\infty ; 5]$.
4. Vérifie avec $x = 5$: $3 \times 5 - 5 = 10$, donc $10 \leq 10$ est vrai.

Résultat : Les solutions sont les nombres x tels que $x \leq 5$, soit $]-\infty ; 5]$.

Une inéquation à coefficient négatif

Énoncé. Résous $-2x + 7 > 1$.

1. Retrancher 7 aux deux membres : $-2x > -6$.
2. Divise les deux membres par -2 . Comme -2 est négatif, retourne le signe : $x < 3$.
3. Écris l'ensemble des solutions : $]-\infty ; 3[$.
4. Vérifie avec $x = 2$: $-2 \times 2 + 7 = 3$, donc $3 > 1$ est vrai.

Résultat : Les solutions sont les nombres x tels que $x < 3$, soit $]-\infty ; 3[$.

Une inéquation avec développement

Énoncé. Résous $4(x - 2) \geq 2x + 6$.

1. Développe : $4x - 8 \geq 2x + 6$.
2. Retrancher $2x$ aux deux membres : $2x - 8 \geq 6$.
3. Ajoute 8 aux deux membres : $2x \geq 14$.
4. Divise par 2, qui est positif : $x \geq 7$.

Résultat : Les solutions sont les nombres x tels que $x \geq 7$, soit $[7 ; +\infty[$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce le moment décisif

Avant toute division par un nombre négatif, écris que le signe est retourné. Cette justification courte rend ta démarche irréprochable.



Vérifie avec une valeur simple

Teste une valeur de ton intervalle dans l'inéquation de départ, jamais seulement dans une ligne intermédiaire. Tu repères ainsi une erreur de signe ou de calcul.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
-----------------	----------	----------------

Écrire $-2x > -6$ puis $x > 3$.	La division par -2 est une division par un nombre négatif : le sens de l'inégalité doit être retourné.	Entoure le coefficient négatif avant de diviser et écris une flèche vers le signe retourné.
Conclure $x = 5$ après avoir obtenu $x \leq 5$.	Une inéquation décrit souvent une infinité de solutions ; 5 n'est ici qu'une borne incluse.	Relis le signe final et formule la conclusion avec « $x \leq 5$ » ou $]-\infty ; 5]$.
Développer $3(x - 4)$ en $3x - 4$.	Le nombre 3 doit multiplier chacun des termes situés dans la parenthèse.	Écris $3 \times x - 3 \times 4$ avant de réduire : tu obtiens $3x - 12$.

I TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Repérer les solutions ★★★

Indique si le nombre proposé est solution de l'inéquation.

1. Le nombre 4 est-il solution de $x + 2 < 7$?
2. Le nombre -3 est-il solution de $2x \geq -5$?

2 Première série ★★★

Résous chaque inéquation.

1. $x + 8 \geq 13$
2. $x - 6 < -2$
3. $7x \leq 21$

3 Le signe sous contrôle ★★★

Résous les inéquations en justifiant le sens final du signe.

$$-4x > 20$$
$$-3x - 2 \leq 7$$

4 Lire les bornes ★★★

Associe chaque inégalité à son intervalle.

1. $x > -2$
2. $x \leq 4$
3. $x \geq 0$

5 Développer avant d'attaquer ★★★

Résous chaque inéquation.

1. $2(x + 3) < x + 8$
2. $5(x - 1) \geq 3x + 7$

6 Trouver tous ou aucun nombre ★★★

Résous et rédige une conclusion complète.

$$4x + 1 < 4x + 6$$
$$2x - 3 \geq 2x + 4$$

7 Choisir avec une inéquation ★★★

Résous le problème et rédige une réponse adaptée à la situation.

Un forfait comprend 4 € fixes et coûte 3 € par séance. Tu disposes d'au plus 22 €. Détermine le nombre de séances x que tu peux payer.

8 Finale de calcul ★★★

Résous l'inéquation et vérifie ton résultat avec une valeur de ton choix.

$$3 - 2(x + 1) \geq 7x - 6$$

ÉVALUATION

Résous chaque inéquation. Rédige les étapes de calcul et conclus avec l'ensemble des solutions.

Barème : 20 points

1. $x - 9 \geq -4$ / 3
2. $6x < -18$ / 3
3. $-5x \leq 15$ / 3
4. $3(x - 2) > x + 4$ / 3
5. $4x + 3 \leq 4x + 8$ / 4
6. Un article coûte 5 € et tu as au plus 35 €. Résous $5x \leq 35$ et interprète x. / 4

Quiz de révision

1. Quelle écriture correspond à l'intervalle $]-\infty ; 4]$?

- A) $x < 4$ B) $x \leq 4$ C) $x > 4$ D) $x \geq 4$

2. Après division de $-3x > 12$ par -3 , quel résultat obtiens-tu ?

- A) $x > -4$ B) $x < -4$ C) $x \geq -4$ D) $x \leq -4$

3. Quelle transformation conserve toujours le sens d'une inégalité ?

- A) Diviser par -2 B) Multiplier par -5 C) Ajouter 7 aux deux membres D) Multiplier par -1

4. Résous $2x + 5 \leq 11$.

- A) $x \leq 3$ B) $x \geq 3$ C) $x < 8$ D) $x \geq 8$

5. Quelle valeur est solution de $x > -1$?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) -2

6. Que signifie l'inéquation $3x + 2 > 3x - 4$ après soustraction de $3x$?

- A) $2 > -4$, donc tous les nombres réels sont solutions B) $2 > -4$, donc aucune solution C) $x > -4$ D) $x < 2$

7. Quel intervalle correspond à $x \geq -5$?

- A) $]-\infty ; -5]$ B) $]-\infty ; -5[$ C) $[-5 ; +\infty[$ D) $]-5 ; +\infty[$

8. Résous $-2x + 1 < 9$.

- A) $x < -4$ B) $x > -4$ C) $x < 4$ D) $x > 4$

9. Dans une résolution, quand retournes-tu le signe $\leq$ en $\geq$?

- A) Quand tu ajoutes un nombre négatif B) Quand tu retranches un terme contenant x
C) Quand tu multiplies ou divises par un nombre négatif D) Quand tu développes une parenthèse

Guide pour les parents

Laissez votre adolescent mener les calculs, puis demandez-lui d'expliquer chaque transformation avec ses mots.

- Proposez une inéquation courte et demandez : « Par quel nombre divises-tu ? Est-il positif ou négatif ? »
- À la fin, choisissez avec lui une valeur annoncée comme solution et vérifiez-la dans l'inéquation initiale.

Temps conseillé : ~20 min.

Questions fréquentes

Q. Pourquoi faut-il retourner le signe quand on divise par un nombre négatif ?

R. Parce que multiplier ou diviser des nombres par un nombre négatif inverse leur ordre. Par exemple, $2 < 5$ devient $-2 > -5$.

Q. Puis-je écrire seulement l'intervalle dans ma réponse ?

R. Oui si l'écriture des intervalles est maîtrisée et demandée. Une phrase avec l'inégalité, suivie de l'intervalle, est encore plus claire.

Q. Que faire si les x disparaissent pendant le calcul ?

R. Observe l'inégalité restante. Si elle est vraie, tous les nombres réels sont solutions ; si elle est fausse, il n'y a aucune solution.

Q. Comment savoir si le point est plein ou creux sur une droite graduée ?

R. Il est plein pour $\leq$ ou $\geq$, car la borne est admise. Il est creux pour $<$ ou $>$, car la borne est exclue.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Repérer les solutions

1. Oui, car $4 + 2 < 7$, soit $6 < 7$. La comparaison obtenue est vraie.
2. Non, car $2 \times -3 = -6$ et $-6 \geq -5$ est faux. -3 ne convient pas.

Exercice 2 : Première série

1. $x \geq 5$. On retranche 8 aux deux membres.
2. $x < 4$. On ajoute 6 aux deux membres.
3. $x \leq 3$. On divise par 7, qui est positif.

Exercice 3 : Le signe sous contrôle

1. En divisant les deux membres par -4 , nombre négatif, je retourne le signe : $x < -5$. La division par un nombre négatif inverse l'ordre.
2. J'ajoute 2 aux deux membres : $-3x \leq 9$. En divisant par -3 , nombre négatif, je retourne le signe : $x \geq -3$. Le retournement intervient uniquement à la division par -3 .

Exercice 4 : Lire les bornes

1. $] -2 ; +\infty[$. -2 est exclu et les nombres choisis sont à sa droite.
2. $] -\infty ; 4]$. 4 est inclus et les nombres choisis sont à sa gauche.
3. $[0 ; +\infty[$. 0 est inclus.

Exercice 5 : Développer avant d'attaquer

1. $2x + 6 < x + 8$, puis $x < 2$. On développe puis on isole x .
2. $5x - 5 \geq 3x + 7$, puis $2x \geq 12$, donc $x \geq 6$. La division finale se fait par 2, qui est positif.

Exercice 6 : Trouver tous ou aucun nombre

1. Je retranche $4x$ aux deux membres : $1 < 6$. Cette inégalité est vraie, donc tous les nombres réels sont solutions. L'inconnue a disparu et l'affirmation restante est vraie.
2. Je retranche $2x$ aux deux membres : $-3 \geq 4$. Cette inégalité est fausse, donc il n'y a aucune solution. L'inconnue a disparu et l'affirmation restante est fausse.

Exercice 7 : Choisir avec une inéquation

1. Le coût doit vérifier $4 + 3x \leq 22$. Je retranche 4 : $3x \leq 18$. Je divise par 3, qui est positif : $x \leq 6$. Le nombre de séances étant un nombre entier positif, je peux payer au maximum 6 séances. La conclusion tient compte du contexte : une quantité de séances est entière.

Exercice 8 : Finale de calcul

1. Je développe : $3 - 2x - 2 \geq 7x - 6$, soit $1 - 2x \geq 7x - 6$. J'ajoute $2x$: $1 \geq 9x - 6$. J'ajoute 6 : $7 \geq 9x$. Je divise par 9, positif : $x \leq 7/9$. Vérification avec $x = 0$: $3 - 2(0 + 1) = 1$ et $7 \times 0 - 6 = -6$; $1 \geq -6$ est vrai. La valeur 0 appartient bien à l'ensemble des solutions.

Corrigé de l'évaluation

1. $x \geq 5$. / 3
2. $x < -3$. / 3
3. En divisant par -5 , nombre négatif, le signe est retourné : $x \geq -3$. / 3
4. $3x - 6 > x + 4$, puis $2x > 10$, donc $x > 5$. / 3
5. $3 \leq 8$ est vrai après soustraction de $4x$; tous les nombres réels sont solutions. / 4
6. Je divise par 5, qui est positif : $x \leq 7$. Si x représente un nombre d'articles, je peux acheter au maximum 7 articles. / 4

Réponses du quiz

1. **B) $x \leq 4$** . Le crochet fermé près de 4 signifie que 4 est inclus.
2. **B) $x < -4$** . La division par un nombre négatif retourne le signe.
3. **C) Ajouter 7 aux deux membres**. Ajouter le même nombre aux deux membres conserve l'ordre.
4. **A) $x \leq 3$** . On retranche 5, puis on divise par 2 : $x \leq 3$.
5. **C) 0**. 0 est strictement supérieur à -1 .
6. **A) $2 > -4$, donc tous les nombres réels sont solutions**. L'inégalité restante est vraie, quelle que soit la valeur de x .

7. C) $[-5 ; +\infty[$. -5 est inclus et les solutions sont à droite de -5 .
8. B) $x > -4$. $-2x < 8$, puis la division par -2 retourne le signe : $x > -4$.
9. C) Quand tu multiplies ou divises par un nombre négatif. Le retournement est imposé seulement lors d'une multiplication ou d'une division par un même nombre strictement négatif.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)