LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · NOMBRES-CALCUL

Réviser les mathématiques pour le brevet en 3e : cours, exercices et méthode

3e | Difficulté ★★☆ | ⏱ 45 min | Objectif : Réviser les mathématiques pour le brevet | Tombe souvent au brevet

Éco-encre (N&B)

Prénom : ..... **Date :** .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Tu sécurises d'abord les priorités de calcul et les signes, puis tu avances étape par étape.
- Une règle de calcul n'est valable que dans des conditions précises : repère-les avant de transformer une expression.
- Au brevet, un calcul juste et lisible vaut mieux qu'une suite de lignes rapides sans justification.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer sans erreur, simplifier une expression, justifier une transformation et mobiliser le PGCD ou les nombres premiers dans un problème.

Type de question	Calcul à justifier, développement ou factorisation, QCM d'automatismes, décomposition en facteurs premiers et problème de partage.
Exemple type	Décompose 252 et 378 en produits de facteurs premiers, puis calcule leur PGCD et explique ce qu'il représente pour former le plus grand nombre de lots identiques.
Alerte piège	Confondre une addition avec un produit de puissances, oublier des parenthèses autour d'un nombre négatif ou donner un PGCD sans interpréter l'unité demandée.

LA LEÇON

Ton plan de jeu : calculer dans le bon ordre

Les automatismes de nombres et calcul reviennent dans de nombreuses questions du brevet. Tu dois savoir calculer avec des nombres relatifs, utiliser les puissances, développer ou factoriser une expression littérale, simplifier une racine carrée et exploiter la décomposition en facteurs premiers. Le point commun entre ces sujets est la rigueur : tu n'appliques jamais une règle parce qu'elle ressemble vaguement à une autre. Tu identifies d'abord la forme du calcul, puis tu choisis la règle adaptée.Dans une expression numérique, respecte les priorités : les parenthèses, puis les puissances et les racines carrées, ensuite les multiplications et divisions dans l'ordre de lecture, enfin les additions et soustractions dans l'ordre de lecture. Par exemple, dans $A = 3 + 2 \times 5^2$, tu calcules $5^2 = 25$, puis $2 \times 25 = 50$, donc $A = 53$. Écrire $3 + 2 = 5$ puis 5×25 est faux : tu aurais modifié l'ordre imposé par l'écriture.Avec les nombres relatifs, sépare le signe et la distance à zéro. Pour additionner deux nombres de même signe, additionne leurs distances à zéro et conserve ce signe : $-7 + (-4) = -11$. Pour additionner deux nombres de signes contraires, calcule la différence des distances à zéro et garde le signe du nombre le plus éloigné de zéro : $-9 + 5 = -4$. Une soustraction est souvent plus simple après transformation : $6 - (-8) = 6 + 8 = 14$.

Attention : cette transformation concerne uniquement le signe placé devant une parenthèse. Dans -3^2, la puissance porte sur 3 seulement, donc $-3^2 = -9$. En revanche, $(-3)^2 = 9$, car le nombre mis au carré est alors -3.Pour un produit ou un quotient de nombres relatifs, compte les signes. Deux signes identiques donnent un résultat positif ; deux signes différents donnent un résultat négatif. Ainsi, $(-6) \times (-4) = 24$ et $30 \div (-5) = -6$. Le signe n'est pas une décoration : écris-le à chaque ligne. Avant de valider, estime le signe et l'ordre de grandeur du résultat. Un produit de deux nombres négatifs ne peut pas être négatif.

Puissances et racines : les règles à utiliser sans les mélanger

- Une puissance est un produit de facteurs identiques. Pour tout nombre a, $a^2 = a \times a$ et $a^3 = a \times a \times a$. Donc $7^2 = 49$ et $2^3 = 8$. L'exposant indique le nombre de facteurs, pas le nombre par lequel on multiplie.
- Le carré d'un nombre relatif est toujours positif ou nul. Par exemple, $(-5)^2 = 25$. Cette propriété est valable parce que le carré correspond à la multiplication de deux facteurs identiques : $(-5) \times (-5) = 25$.
- Pour multiplier des puissances de même base, additionne les exposants : $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Cette règle ne s'applique que si la base est exactement la même. Ainsi, $3^2 \times 3^4 = 3^6 = 729$, mais $3^2 \times 4^2$ ne devient pas 12^4.
- Pour diviser des puissances de même base non nulle, soustrais les exposants : $a^m \div a^n = a^{m-n}$. Par exemple, $5^6 \div 5^2 = 5^4 = 625$. Tu ne peux pas employer cette règle si les bases sont différentes.
- Pour élever une puissance à une puissance, multiplie les exposants : $(a^m)^n = a^{mn}$. Ainsi, $(2^3)^2 = 2^6 = 64$. Les parenthèses sont indispensables : sans elles, l'expression ne signifie pas la même chose.
- La racine carrée positive de x est le nombre positif ou nul dont le carré vaut x. Elle n'existe dans les nombres réels que si x est positif ou nul. $\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$. En revanche, $\sqrt{(-49)}$ n'est pas un nombre réel.
- La racine carrée annule un carré lorsque le nombre au carré est connu : $\sqrt{(a^2)} = |a|$. La valeur absolue est nécessaire : $\sqrt{((-6)^2)} = 6$ et non -6. En revanche, $(\sqrt{36})^2 = 36$.

Calcul littéral : reconnaître la transformation utile

Forme repérée	Règle valable	Exemple rédigé
$k(a + b)$	On développe avec la distributivité : $k(a + b) = ka + kb$.	$4(x - 3) = 4x - 12$. Le facteur 4 multiplie chacun des deux termes de la parenthèse.
$(a + b)(c + d)$	On développe en multipliant chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde.	$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$.
$ka + kb$	On factorise par k seulement si k est un facteur commun à tous les termes.	$6x - 18 = 6(x - 3)$. Le facteur commun est 6.
$(a + b)^2$	Identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.	$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$. Le terme du milieu vaut $2 \times x \times 3$.
$(a - b)^2$	Identité remarquable : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.	$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$. Le dernier terme reste positif.
$(a - b)(a + b)$	Identité remarquable : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.	$(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$.

Ne réduis que des termes semblables

Dans une somme, tu peux additionner seulement des termes ayant exactement la même partie littérale. Ainsi, $3x + 5x = 8x$ et $2x^2 - 7x^2 = -5x^2$. En revanche, $3x + 5$ ne se réduit pas : x et le nombre 5 ne sont pas de même nature. De même, $x^2 + x$ ne donne pas x^3. La règle des puissances concerne les produits de puissances de même base, pas les additions. Pour contrôler un développement ou une factorisation, remplace x par une valeur simple autorisée, par exemple $x = 2$. Si les deux expressions ne donnent pas le même résultat, ta

transformation est fausse.Quand une expression contient un quotient littéral, vérifie aussi que le dénominateur n'est pas nul. Par exemple, l'expression $5 \div (x - 2)$ n'a pas de valeur pour $x = 2$. Une simplification ne te donne jamais le droit d'oublier cette condition. Écris-la si la question porte sur les valeurs interdites.

Arithmétique : décomposer, simplifier, partager

L'arithmétique étudie notamment les diviseurs, les multiples et les nombres premiers. Un nombre premier possède exactement deux diviseurs positifs distincts : 1 et lui-même. Ainsi, 2 est premier ; c'est le seul nombre premier pair. Le nombre 1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur positif. Pour savoir si un nombre est premier, cherche s'il admet un diviseur autre que 1 et lui-même. Les critères de divisibilité permettent d'aller plus vite : un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est pair ; par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ; par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ; par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.La décomposition en facteurs premiers écrit un entier positif comme produit de nombres premiers. Pour décomposer 180, tu peux écrire $180 = 2 \times 90 = 2^2 \times 45 = 2^2 \times 3^2 \times 5$. Chaque facteur final doit être premier. Cette écriture est utile pour calculer un PGCD, simplifier une fraction ou reconnaître un carré parfait. Par exemple, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ contient 2^2 et 3^2, mais le facteur 5 n'est pas au carré : 180 n'est pas un carré parfait.Le PGCD de deux entiers positifs est leur plus grand diviseur commun. Avec les décompositions en facteurs premiers, conserve chaque facteur commun avec le plus petit exposant. Pour $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, le PGCD est $2 \times 3 \times 7 = 42$. Cette méthode est valable pour des entiers positifs. Dans une situation de partage en groupes identiques sans reste, le PGCD donne le plus grand nombre de groupes possible ou la plus grande taille commune, selon ce que demande l'énoncé. Lis l'unité avant de répondre.Pour simplifier une fraction, divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul. Avec le PGCD, tu obtiens directement une fraction irréductible. Comme PGCD(84 ; 126) = 42, $84 \div 126 = 2 \div 3$. Ne simplifie jamais une fraction en supprimant des chiffres : dans $16 \div 24$, tu dois diviser le numérateur et le dénominateur par 8 pour obtenir $2 \div 3$. Enfin, garde tes traces de calcul : elles permettent de vérifier chaque étape et de corriger vite une erreur de signe, de priorité ou de facteur.

Exemples résolus

Calculer une expression avec relatifs et puissances

Énoncé. Calcule $A = -3^2 + (-2) \times 5 - 18 \div (-3)$.

1. Calcule d'abord la puissance : $-3^2 = -9$, car la puissance porte sur 3 et le signe moins est placé devant.
2. Calcule le produit : $(-2) \times 5 = -10$.
3. Calcule le quotient : $18 \div (-3) = -6$.
4. Remplace dans l'expression : $A = -9 - 10 - (-6)$.
5. Transforme la soustraction d'un nombre négatif : $A = -9 - 10 + 6 = -13$.

Résultat : $A = -13$.

Développer puis réduire une expression

Énoncé. Développe et réduis $B = (2x - 3)(x + 4)$.

1. Multiplie $2x$ par chaque terme de la seconde parenthèse : $2x \times x = 2x^2$ et $2x \times 4 = 8x$.
2. Multiplie -3 par chaque terme de la seconde parenthèse : $-3 \times x = -3x$ et $-3 \times 4 = -12$.
3. Écris tous les termes : $B = 2x^2 + 8x - 3x - 12$.
4. Réduis les termes semblables : $8x - 3x = 5x$.

Résultat : $B = 2x^2 + 5x - 12$.

Utiliser le PGCD pour simplifier une fraction

Énoncé. Rends irréductible la fraction $198 \div 330$.

1. Décompose 198 : $198 = 2 \times 99 = 2 \times 3^2 \times 11$.
2. Décompose 330 : $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$.
3. Les facteurs premiers communs sont 2, 3 et 11. Donc PGCD(198 ; 330) $= 2 \times 3 \times 11 = 66$.
4. Divise le numérateur et le dénominateur par 66 : $198 \div 66 = 3$ et $330 \div 66 = 5$.

Résultat : $198 \div 330 = 3 \div 5$.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Signes et priorités ★☆☆

Calcule chaque expression.

1. $A = -8 + 13 - 6$ .....

2. $B = (-7) \times (-3) + 4$ .....

3. $C = 18 \div (-3) - 5$ .....

2 Puissances sûres ★☆☆

Complète chaque égalité.

1. $7^2 = \ldots$ .....

2. $(-4)^2 = \ldots$ .....

3. $2^3 \times 2^4 = 2\ldots$ .....

3 Racines et carrés ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis corrige-la si nécessaire.

1. $\sqrt{81} = 9$. .....

2. $\sqrt{(-16)} = -4$. .....

3. $\sqrt{(5^2)} = 5$. .....

4 Réduire sans confondre ★★☆

Réduis chaque expression lorsque cela est possible.

1. $3x + 8x - 5$ .....

2. $6a^2 - 2a + 4a^2$ .....

3. $x^2 + 3x$ .....

5 Développer proprement ★★☆

Développe et réduis chaque expression.

1. $A = 5(x - 2)$

2. $B = (x + 3)(x - 2)$

3. $C = (x - 5)^2$

6 Décomposer et simplifier ★★☆

Décompose puis réponds à la question.

1. Décompose 252 en produit de facteurs premiers.

2. Décompose 294 en produit de facteurs premiers.

3. Déduis PGCD(252 ; 294).

7 Fraction irréductible ★★★

Justifie la simplification de la fraction 210 ÷ 294.

Rends 210 ÷ 294 irréductible en utilisant une méthode justifiée.

8 Lots identiques ★★★

Résous le problème en justifiant l'utilisation du PGCD.

Un club dispose de 84 gourdes et de 126 barres de céréales. Il veut préparer le plus grand nombre de lots identiques en utilisant tous les objets. Détermine le nombre de lots et leur composition.

ÉVALUATION

Réalise les calculs avec des étapes lisibles et justifie les transformations demandées.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -5^2 + (-4) \times 3$. / 3

2. Calcule $B = (-5)^2 - 3^2$. / 3

3. Développe et réduis $C = 3(x - 4) + 2x$. / 3

4. Développe et réduis $D = (x + 4)(x - 4)$. / 3

5. Décompose 360 en produit de facteurs premiers. / 3

6. Calcule PGCD(90 ; 126), puis rends irréductible 90 ÷ 126. / 5

Les conseils de Coach Vince

Annonce ta règle
Avant une transformation importante, écris la règle utilisée : distributivité, identité remarquable ou produit de puissances de même base. Tu montres ainsi que ton calcul est choisi, pas deviné.

Contrôle final
Relis les signes, les parenthèses et les priorités avant de rendre ta réponse. Vérifie aussi que le résultat est cohérent avec le calcul de départ.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « nombres-calcul » en 3e** · /mathematiques-3eme/nombres-calcul/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/