LE QG 3E · MATHÉMATIQUES · NOMBRES-CALCUL

Révisions du brevet de mathématiques en 3e : cours, exercices et méthode

3e | Difficulté ★★★ | 45 min | Objectif : Révisions du brevet de mathématiques | Tombe souvent au brevet

Fiche élève

Prénom : .....

Date : .....

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.

Coach Vince te résume l'essentiel

- Tu avances dans un calcul en respectant les priorités, sans sauter d'étape.
- Tu distingues toujours une règle de calcul, sa condition d'utilisation et son résultat.
- Au brevet, un calcul juste mais non justifié peut rester fragile : écris ce que tu appliques.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer avec rigueur, transformer une expression littérale, utiliser une racine carrée ou justifier un partage par un PGCD.

Type de question	Calcul à justifier, QCM d'automatismes sans calculatrice, développement ou factorisation, problème de divisibilité.
Exemple type	Décompose 180 et 252 en facteurs premiers, puis détermine PGCD(180 ; 252) et interprète ce résultat dans une situation de partage identique.
Alerte piège	Appliquer une règle de puissance ou de racine carrée à une addition, oublier les parenthèses d'un nombre négatif, ou donner un PGCD sans répondre à la question du problème.

LA LEÇON

Les priorités : ton ordre de passage

Un calcul numérique se traite dans un ordre précis. Tu commences par les parenthèses les plus intérieures, puis les puissances, ensuite les multiplications et les divisions de gauche à droite, et enfin les additions et les soustractions de gauche à droite. Une multiplication n'est pas prioritaire sur une division : elles ont le même rang. De même, une addition n'est pas prioritaire sur une soustraction. Dans $A = 18 - 4 \times 3 + 12 \div 2$, tu calcules d'abord $4 \times 3 = 12$ et $12 \div 2 = 6$. Tu obtiens alors $A = 18 - 12 + 6 = 12$. Écrire les lignes intermédiaires évite de mélanger plusieurs opérations dans une même ligne.Avec les nombres relatifs, un signe placé devant une parenthèse demande une attention complète. Si une parenthèse est précédée du signe +, tu peux la supprimer sans changer les signes : $7 + (-3) = 7 - 3$. Si elle est précédée du signe −, tu changes tous les signes à l'intérieur : $7 - (-3) = 7 + 3$. Cette transformation est valable parce que soustraire un nombre revient à ajouter son opposé. Ainsi, $10 - (4 - 9) = 10 - 4 + 9 = 15$. Ne confonds jamais le signe d'un nombre négatif avec l'opération de soustraction.Pour additionner des relatifs de signes différents, compare leurs distances à zéro. Tu soustrais la plus petite distance de la plus grande et tu gardes le signe du nombre le plus éloigné de zéro. Par exemple, $-13 + 8 = -5$. Pour multiplier ou diviser des

relatifs non nuls, applique la règle des signes : même signe, résultat positif ; signes différents, résultat négatif. Ainsi, $(-6) \times (-4) = 24$, tandis que $35 \div (-5) = -7$. Une division par zéro est impossible : une expression comme $9 \div 0$ n'a pas de valeur.

Puissances, écritures scientifiques et racines carrées

- Une puissance est un produit de facteurs identiques. Dans 5^3, 5 est la base et 3 est l'exposant : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. Attention : $-5^2 = -25$, car seul 5 est élevé au carré. En revanche, $(-5)^2 = 25$, car le nombre négatif entier est entre parenthèses.
- Les règles sur les puissances ne s'appliquent que lorsque la base est la même. Pour tout nombre a non nul et tous entiers p et q, $a^p \times a^q = a^{p+q}$, $a^p \div a^q = a^{p-q}$ et $(a^p)^q = a^{p \times q}$. Par exemple, $2^4 \times 2^3 = 2^7 = 128$. En revanche, $2^3 + 2^2$ n'est pas égal à 2^5 : il faut calculer $8 + 4 = 12$.
- Les puissances de 10 servent à écrire des nombres très grands ou très petits. Une écriture scientifique a la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif. Par exemple, $4\,500\,000 = 4{,}5 \times 10^6$ et $0{,}000\,72 = 7{,}2 \times 10^{-4}$. Vérifie le déplacement de la virgule : vers la gauche, l'exposant est positif ; vers la droite, il est négatif.
- La racine carrée d'un nombre positif est le nombre positif dont le carré donne ce nombre. $\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$. Pour tout nombre positif a, $\sqrt{a}$ est donc positif ou nul. La racine $\sqrt{36}$ vaut 6, pas -6 : pourtant, les deux solutions de $x^2 = 36$ sont $x = -6$ et $x = 6$. Tu dois distinguer une racine carrée d'une équation.
- La simplification d'une racine consiste à repérer un facteur carré parfait. Comme $72 = 36 \times 2$, $\sqrt{72} = \sqrt{(36 \times 2)} = 6\sqrt{2}$. Cette propriété s'utilise seulement avec des nombres positifs ou nuls : pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$, $\sqrt{(a \times b)} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Elle ne permet pas d'écrire $\sqrt{(a + b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$: par exemple, $\sqrt{(9 + 16)} = 5$ alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

Calcul littéral : développer, réduire, factoriser

Action	Règle valable	Exemple rédigé
Réduire	Tu regroupes uniquement les termes semblables, c'est-à-dire ayant la même partie littérale.	$3x - 5 + 7x + 2 = 10x - 3$. Les termes 3x et 7x sont semblables ; -5 et 2 sont des constantes.
Développer	Tu distribues chaque terme placé devant une parenthèse à tous les termes de cette parenthèse.	$4(2x - 3) = 4 \times 2x - 4 \times 3 = 8x - 12$.
Développer avec un signe –	Le signe – devant une parenthèse équivaut à multiplier tous ses termes par -1.	$7x - (3x - 5) = 7x - 3x + 5 = 4x + 5$.
Factoriser	Tu mets un facteur commun en évidence lorsque tous les termes possèdent ce facteur.	$15x - 10 = 5 \times 3x - 5 \times 2 = 5(3x - 2)$.
Utiliser une identité remarquable	Tu l'emploies seulement si l'expression correspond exactement à sa forme.	$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, car $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Les identités remarquables ne se devinent pas

Retenir une formule ne suffit pas : tu dois reconnaître sa structure. Les trois identités sont $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. Elles s'appliquent uniquement à un produit ou à un carré ayant exactement cette forme. Ainsi, $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$: le terme du milieu est $2 \times 3x \times (-2)$, donc $-12x$. En revanche, $x^2 + 9$ ne se transforme pas en $(x + 3)^2$, car il manquerait le terme 6x.Lorsque tu remplaces une lettre par un nombre, conserve les parenthèses autour de la valeur négative. Si $A = 2x^2 - 3x + 1$ pour $x = -4$, alors $A = 2 \times (-4)^2 - 3 \times (-4) + 1 = 2 \times 16 + 12 + 1 = 45$. Sans parenthèses, écrire -4^2 donnerait -16 et fausserait le calcul. C'est un point de rigueur essentiel.Pour vérifier une transformation littérale, choisis une valeur simple qui ne crée pas de division par zéro, par exemple $x = 2$. Si deux expressions censées être égales ne donnent pas le même

résultat, ta transformation est fausse. Cette vérification ne démontre pas à elle seule l'égalité pour toutes les valeurs de x, mais elle repère efficacement une erreur de calcul.

Arithmétique : diviseurs, nombres premiers et PGCD

L'arithmétique travaille sur les entiers. Un entier a est un diviseur d'un entier b lorsqu'il existe un entier k tel que b = a × k. Par exemple, 6 est un diviseur de 42 car 42 = 6 × 7. Dire que 42 est un multiple de 6 revient au même. Un nombre premier est un entier supérieur à 1 qui possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même. Les premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11. Le nombre 1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur positif. Le nombre 2 est le seul nombre premier pair.Pour décomposer un entier en produit de facteurs premiers, tu le divises successivement par des nombres premiers. Par exemple, 84 = 2 × 42 = 2 × 2 × 21 = 2^2 × 3 × 7. Cette écriture est utile pour déterminer le PGCD, c'est-à-dire le plus grand commun diviseur de deux entiers non nuls. Le PGCD de 84 et 60 se lit à partir de leurs décompositions : 84 = 2^2 × 3 × 7 et 60 = 2^2 × 3 × 5. Les facteurs premiers communs, avec les plus petits exposants, sont 2^2 et 3. Donc PGCD(84 ; 60) = 2^2 × 3 = 12.Tu peux aussi utiliser l'algorithme d'Euclide : PGCD(a ; b) = PGCD(b ; reste de la division euclidienne de a par b), tant que le reste n'est pas nul. Pour 84 et 60, 84 = 60 × 1 + 24, puis 60 = 24 × 2 + 12, puis 24 = 12 × 2 + 0. Le dernier reste non nul est 12 : c'est le PGCD. Dans un problème de partage en parts identiques, le PGCD donne souvent le nombre maximal de groupes ou la plus grande taille de lots possible. Lis toutefois la question : elle peut demander le nombre de groupes, le contenu d'un groupe, ou les deux. Termine toujours par une phrase qui relie ton résultat à la situation.

Exemples résolus

Calculer une expression avec relatifs et puissances

Énoncé. Calcule A = $-3^2 + (-2)^3 - 18 \div (-3)$.

1. Calcule les puissances en respectant les parenthèses : $-3^2 = -9$ et $(-2)^3 = -8$.
2. Calcule la division : $18 \div (-3) = -6$.
3. Remplace dans l'expression : A = −9 − 8 − (−6).
4. Supprime la parenthèse précédée d'un signe − : A = −9 − 8 + 6 = −11.

Résultat : A = −11.

Développer puis réduire

Énoncé. Développe et réduis B = (3x − 5)(2x + 4).

1. Distribue 3x aux deux termes de la seconde parenthèse : 3x × 2x + 3x × 4 = $6x^2$ + 12x.
2. Distribue −5 aux deux termes de la seconde parenthèse : −5 × 2x − 5 × 4 = −10x − 20.
3. Regroupe les termes obtenus : B = $6x^2$ + 12x − 10x − 20.
4. Réduis les termes semblables : B = $6x^2$ + 2x − 20.

Résultat : B = $6x^2$ + 2x − 20.

Trouver un PGCD pour organiser un partage

Énoncé. On dispose de 84 jetons rouges et de 60 jetons bleus. On veut former le plus grand nombre possible de sachets identiques en utilisant tous les jetons. Détermine le nombre de sachets et leur contenu.

1. Le nombre maximal de sachets est PGCD(84 ; 60).
2. Applique l'algorithme d'Euclide : 84 = 60 × 1 + 24, puis 60 = 24 × 2 + 12, puis 24 = 12 × 2 + 0.
3. Le dernier reste non nul est 12, donc PGCD(84 ; 60) = 12.
4. Calcule le contenu d'un sachet : 84 ÷ 12 = 7 et 60 ÷ 12 = 5.

Résultat : On peut former 12 sachets contenant chacun 7 jetons rouges et 5 jetons bleus.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 S'échauffer avec les relatifs ★☆☆

Calcule chaque expression.

1. $A = -7 + 12 - 9$ .....
2. $B = (-6) \times 5 + 18 \div (-3)$ .....
3. $C = 15 - (-4) - 13$ .....

2 Puissances sans faux départ ★☆☆

Complète chaque égalité.

1. $2^5 = \ldots$ .....
2. $(-3)^2 = \ldots$ .....
3. $10^{-3} = \ldots$ .....
4. $5^2 \times 5^3 = 5\ldots$ .....

3 Choisir la règle juste ★☆☆

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse.

1. $\sqrt{81} = 9$. .....
2. $\sqrt{(4 + 25)} = \sqrt{4} + \sqrt{25}$. .....
3. $-2^2 = -4$. .....

4 Développer et réduire ★★☆

Développe puis réduis chaque expression.

1. $A = 5(2x - 3)$ .....
2. $B = 4x - (2x + 7)$ .....
3. $C = (x - 6)^2$ .....

5 Construire un PGCD ★★☆

Décompose puis détermine le PGCD demandé.

1. Décompose 90 en produit de facteurs premiers.

2. Décompose 126 en produit de facteurs premiers.

3. Détermine PGCD(90 ; 126).

6 Série calculée ★★☆

Calcule en détaillant les priorités.

1. $D = 3^2 - 4 \times (7 - 10) + \sqrt{64}$ .....
2. $E = (-5)^2 - 2^3 \times 3$ .....

7 Finale : justifier un partage ★★★

Résous le problème en justifiant l'utilisation du PGCD.

Une association possède 96 carnets et 144 stylos. Elle veut préparer le plus grand nombre possible de pochettes identiques, sans reste. Combien de pochettes peut-elle préparer ? Quel sera le contenu de chaque pochette ?

8 Vérifier une transformation ★★★

Analyse puis justifie ta réponse par un calcul.

Un élève affirme que $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 9$. A-t-il raison ?

ÉVALUATION

Réalise les calculs avec des étapes lisibles et rédige toute justification demandée.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -8 + 3 \times (-5) + 14$. / 3
2. Calcule $B = (-4)^2 - 3^2$. / 2
3. Écris 0,000 56 en écriture scientifique. / 2
4. Développe et réduis $C = (3x - 2)(x + 5)$. / 4

5. Factorise D = 12x – 18. / 2

6. Décompose 168 en produit de facteurs premiers puis détermine PGCD(168 ; 120). / 4

7. Avec 168 perles noires et 120 perles blanches, détermine le nombre maximal de bracelets identiques et leur composition. / 3

Les conseils de Coach Vince

Annonce ta règle
Avant de développer, factoriser ou calculer un PGCD, écris la règle ou la propriété utilisée. Ta démarche devient lisible et tu repères plus vite une application hors sujet.

Contrôle final
Relis les signes, les parenthèses et la question posée avant de conclure. Un résultat numérique doit être accompagné de son unité ou de son interprétation lorsque la situation en demande une.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- **Toutes les fiches de Mathématiques en 3e** · /mathematiques-3eme/
- **Le domaine « nombres-calcul » en 3e** · /mathematiques-3eme/nombres-calcul/
- **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/