



Reconnaître un nombre premier en 3^e : méthode, exercices et brevet

3^e

Difficulté ★★

⌚ 45 min

Objectif : reconnaître un nombre premier

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Un nombre premier est un entier positif qui possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.
- ▶ Pour tester un nombre, tu essaies seulement les nombres premiers inférieurs ou égaux à sa racine carrée.
- ▶ Les automatismes du brevet associent aussi calcul sur les relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées et PGCD.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

On te demande de décider si un entier est premier, de justifier les essais utiles, d'utiliser un diviseur trouvé pour poursuivre une décomposition en facteurs premiers, ou de mobiliser un automatisme sur les relatifs, les puissances, le calcul littéral, les racines carrées ou le PGCD.

Type de question Calcul à justifier, question de cours courte ou QCM d'automatismes.

Exemple type Montrer que 191 est un nombre premier en utilisant un encadrement de sa racine carrée et des tests de divisibilité justifiés ; simplifier une fraction avec un PGCD ; calculer une expression avec relatifs et puissances.

Alerte piège Oublier un nombre premier à tester, ou prétendre exclure une divisibilité avec un seul multiple qui n'encadre pas le nombre. Pour les autres automatismes, attention aux signes, aux parenthèses et aux règles de puissances utilisées hors contexte.

LA LEÇON

Le vocabulaire à maîtriser

Un diviseur d'un entier positif est un entier qui le partage sans reste. Dire que 7 divise 42 signifie que $42 \div 7$ est un entier, ici 6. On peut aussi écrire $42 = 7 \times 6$. Les diviseurs positifs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12. Comme 12 possède plus de deux diviseurs positifs, il n'est pas premier. Un nombre premier est un entier positif supérieur à 1 qui possède exactement deux diviseurs positifs distincts : 1 et lui-même. Par exemple, 13 est premier car ses seuls diviseurs positifs sont 1 et 13. Un nombre composé est un entier positif supérieur à 1 qui n'est pas premier : il possède alors au moins un diviseur positif autre que 1 et lui-même. Ainsi, 15 est composé car $15 = 3 \times 5$. Ne confonds pas « premier » avec « impair ». Certains nombres impairs sont composés, comme 9, 15, 21 ou 49. Le nombre 2 est le seul nombre premier pair. Tout autre nombre pair est divisible par 2 et possède donc au moins les diviseurs 1, 2 et lui-même. Enfin, 1 n'est pas premier : il n'a qu'un seul diviseur positif, lui-même. Il n'est pas composé non plus. C'est un cas à connaître parfaitement avant la finale.

Classer les cas sans hésiter

Nombre	Diviseurs positifs utiles	Conclusion
1	1	Ni premier ni composé : il n'a qu'un seul diviseur positif.
2	1 et 2	Premier : c'est le seul nombre premier pair.
17	1 et 17	Premier.
25	1, 5 et 25	Composé car $25 = 5^2$.
49	1, 7 et 49	Composé car $49 = 7^2$.

Pourquoi la racine carrée suffit

Pour savoir si un grand entier est premier, tu ne dois pas essayer tous les diviseurs jusqu'au nombre lui-même. La méthode repose sur une idée précise. Si un entier n est composé, il peut s'écrire $n = a \times b$, avec a et b entiers supérieurs à 1. Dans ce produit, au moins un des deux facteurs est inférieur ou égal à $\sqrt{n}$. En effet, si a et b étaient tous les deux strictement supérieurs à $\sqrt{n}$, alors leur produit serait strictement supérieur à n , ce qui est impossible. Donc, si n est composé, il possède obligatoirement un diviseur premier inférieur ou égal à $\sqrt{n}$. Voilà la règle complète : pour un entier positif n supérieur à 1, il suffit de tester la divisibilité par les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{n}$. La condition « nombres premiers » est importante : inutile de tester 4 si tu as déjà testé 2, inutile de tester 9 si tu as déjà testé 3, et ainsi de suite. Pour 137, on cherche un encadrement de sa racine : $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $\sqrt{137}$ est compris entre 11 et 12. Les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{137}$ sont donc 2, 3, 5, 7 et 11. Il n'y en a pas d'autre à tester. Cette limite te fait gagner du temps, mais elle ne remplace jamais les essais de division : tu dois les écrire ou les justifier clairement.

Le plan de jeu pour tester un nombre

- Vérifie d'abord que le nombre est entier positif et supérieur à 1. Sinon, il n'entre pas dans la définition d'un nombre premier.
- Écarte immédiatement les cas simples : 2 est premier ; tout entier pair supérieur à 2 n'est pas premier.
- Encadre la racine carrée avec deux carrés parfaits consécutifs ou utilise une valeur de racine carrée connue.
- Liste uniquement les nombres premiers inférieurs ou égaux à cette racine carrée : 2, 3, 5, 7, 11, 13, puis les suivants si nécessaire.
- Teste la divisibilité par chacun d'eux. Tu peux utiliser les critères de divisibilité ou encadrer le nombre entre deux multiples consécutifs.
- Trouve un diviseur non trivial ? Arrête : le nombre est composé. Ne trouve aucun diviseur dans la liste ? Conclue qu'il est premier.

Les critères utiles, avec leur domaine de validité

Ces critères concernent les entiers écrits en base dix. Un entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est pair. Il est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Il est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5. Un entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9. Ces critères permettent d'affirmer une divisibilité ; leur absence ne prouve pas qu'un nombre est premier. Par exemple, 77 ne satisfait aucun critère pour 2, 3 ou 5, mais il est composé car $77 = 7 \times 11$.

Rédiger une conclusion rigoureuse

Au brevet, une réponse comme « 167 est premier car je ne trouve pas de diviseur » ne suffit pas. Tu dois annoncer la borne de recherche puis montrer tous les essais nécessaires. Étudions 167. On a $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$, donc $\sqrt{167} < 13$. Il suffit de tester les nombres premiers 2, 3, 5, 7 et 11. Le nombre 167 n'est pas divisible par 2 car il est impair. La somme de ses chiffres vaut $1 + 6 + 7 = 14$, qui n'est pas divisible par 3 : 167 n'est donc pas divisible par 3. Il ne se termine ni par 0 ni par 5 : il n'est pas divisible par 5. Pour 7, encadre entre deux multiples consécutifs : $7 \times 23 = 161$ et $7 \times 24 = 168$; donc $161 < 167 < 168$, et 167 n'est pas divisible par 7. Pour 11 : $11 \times 15 = 165$ et $11 \times 16 = 176$; donc $165 <$

$167 < 176$, et 167 n'est pas divisible par 11. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{167}$ ne divise 167. Donc 167 est premier. Observe la logique : un calcul comme $7 \times 23 = 161$, seul, ne prouve rien. Il faut montrer que le nombre étudié se situe entre deux multiples consécutifs, ou effectuer une division qui laisse un reste. Pour finir, distingue bien deux tâches. Dire qu'un nombre est premier consiste à prouver l'absence de diviseur dans la liste nécessaire. Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers consiste à le factoriser entièrement. Si tu trouves, par exemple, $91 = 7 \times 13$, tu as prouvé que 91 n'est pas premier et tu as déjà obtenu sa décomposition en facteurs premiers. Méthode nette, rédaction nette : c'est ton record perso de rigueur.

■ Nombres relatifs : les règles de signes à automatiser

Les nombres relatifs font partie des automatismes à maîtriser. Pour additionner deux nombres de même signe, tu additionnes leurs distances à zéro et tu conserves le signe commun : $(-7) + (-5) = -12$. Pour additionner deux nombres de signes contraires, tu soustrais les distances à zéro et tu conserves le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro : $(-9) + 4 = -5$ et $9 + (-4) = 5$. Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé : $6 - (-3) = 6 + 3 = 9$. Attention aux parenthèses : elles indiquent le signe du nombre. Pour un produit ou un quotient, les signes identiques donnent un résultat positif et les signes différents donnent un résultat négatif. Ainsi, $(-4) \times (-6) = 24$, $(-4) \times 6 = -24$, et $(-18) \div (-3) = 6$. Avant de calculer, repère les priorités : parenthèses, puissances, multiplications et divisions, puis additions et soustractions. Ne transforme pas -3^2 en 9 : sans parenthèses, $-3^2 = -(3^2) = -9$, tandis que $(-3)^2 = 9$. Cette distinction tombe souvent dans les automatismes du brevet.

■ Puissances et écriture scientifique

Une puissance est une écriture abrégée d'un produit de facteurs identiques. Par exemple, $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. Les puissances de 10 sont particulièrement utiles : $10^4 = 10\,000$ et $10^{-3} = 0,001$. Pour des puissances de même base, $a^m \times a^n = a^{m+n}$ et $a^m \div a^n = a^{m-n}$ lorsque a est non nul. De plus, $(a^m)^n = a^{mn}$. En revanche, $a^m + a^n$ ne se simplifie pas en a^{m+n} : l'addition n'obéit pas à cette règle. L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et n entier. Par exemple, $4\,500\,000 = 4,5 \times 10^6$ et $0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$. Au brevet, vérifie toujours le premier facteur : 45×10^5 n'est pas une écriture scientifique car 45 n'est pas compris entre 1 et 10.

■ Calcul littéral : développer, réduire et factoriser

Le calcul littéral permet d'écrire des calculs avec des lettres. Réduire une expression consiste à regrouper les termes semblables : $3x - 5 + 2x + 7 = 5x + 2$. Développer consiste à supprimer des parenthèses grâce à la distributivité : $4(x - 3) = 4x - 12$. Avec deux parenthèses, tu distribues chaque terme : $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 7x + 10$. Fais particulièrement attention à un signe moins devant une parenthèse : $-(x - 4) = -x + 4$. Factoriser est l'opération inverse : $6x + 18 = 6(x + 3)$. Une expression factorisée est très utile pour résoudre une équation-produit ou pour montrer qu'une quantité est divisible par un nombre. Par exemple, $15n + 30 = 15(n + 2)$, donc cette expression est toujours divisible par 15 lorsque n est entier. Vérifie ton travail en remplaçant la lettre par un nombre simple : c'est un contrôle rapide et efficace.

■ Racines carrées : calculer, simplifier et interpréter

La racine carrée $\sqrt{a}$ est définie pour a positif ou nul : c'est le nombre positif dont le carré vaut a . Ainsi $\sqrt{49} = 7$, car $7^2 = 49$. En revanche, $\sqrt{-9}$ n'existe pas dans les nombres étudiés au collège. Attention : $\sqrt{a^2} = |a|$. Par exemple, $\sqrt{((-6)^2)} = 6$ et non -6 , car une racine carrée est toujours positive ou nulle. Tu dois connaître les racines carrées des carrés parfaits usuels : $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$ et $\sqrt{100} = 10$. On peut aussi simplifier certaines racines : $\sqrt{72} = \sqrt{(36 \times 2)} = 6\sqrt{2}$. Cette écriture est exacte ; elle ne remplace pas une valeur approchée. Les racines carrées interviennent dans le théorème de Pythagore et dans les calculs d'aires. Garde donc les deux réflexes : reconnaître un carré parfait et extraire le plus grand carré parfait possible.

■ PGCD et arithmétique : partager sans reste

Le PGCD de deux entiers positifs est leur plus grand diviseur commun. Il sert notamment à simplifier une fraction ou à réaliser des partages en lots identiques les plus grands possibles. Pour trouver PGCD(84 ; 126), tu peux utiliser les décompositions en facteurs premiers : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Les facteurs communs sont 2, 3 et 7 ; donc PGCD(84 ; 126) = $2 \times 3 \times 7 = 42$. La fraction $84/126$ se simplifie alors en $2/3$ en divisant le numérateur et le dénominateur par 42. Tu peux aussi utiliser l'algorithme d'Euclide : $126 = 84 + 42$, puis $84 = 2 \times 42$; le dernier reste non nul est 42. Ne confonds pas PGCD et PPCM : au collège, le PGCD correspond au plus grand facteur

commun. Dans un problème de lots, il faut vérifier que le nombre de lots et le contenu de chaque lot sont entiers. Comme pour les nombres premiers, une rédaction courte doit indiquer les calculs qui justifient le résultat.

Exemples résolus

Tester la primalité de 137

Énoncé. Détermine si 137 est un nombre premier.

1. On a $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $\sqrt{137}$ est compris entre 11 et 12.
2. Il suffit de tester les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{137}$: 2, 3, 5, 7 et 11.
3. 137 est impair : il n'est pas divisible par 2.
4. $1 + 3 + 7 = 11$. Comme 11 n'est pas divisible par 3, 137 n'est pas divisible par 3.
5. 137 ne se termine ni par 0 ni par 5 : il n'est pas divisible par 5.
6. $7 \times 19 = 133$ et $7 \times 20 = 140$. Donc $133 < 137 < 140$: 137 n'est pas divisible par 7.
7. $11 \times 12 = 132$ et $11 \times 13 = 143$. Donc $132 < 137 < 143$: 137 n'est pas divisible par 11.
8. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{137}$ ne divise 137.

Résultat : 137 est un nombre premier.

Tester la primalité de 167

Énoncé. Détermine si 167 est un nombre premier.

1. $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$, donc $\sqrt{167} < 13$.
2. Les nombres premiers à tester sont 2, 3, 5, 7 et 11.
3. 167 est impair, donc il n'est pas divisible par 2.
4. La somme de ses chiffres est $1 + 6 + 7 = 14$. Comme 14 n'est pas divisible par 3, 167 n'est pas divisible par 3.
5. 167 ne se termine ni par 0 ni par 5, donc il n'est pas divisible par 5.
6. $7 \times 23 = 161$ et $7 \times 24 = 168$. Ainsi, $161 < 167 < 168$: 167 n'est pas divisible par 7.
7. $11 \times 15 = 165$ et $11 \times 16 = 176$. Ainsi, $165 < 167 < 176$: 167 n'est pas divisible par 11.
8. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{167}$ ne divise 167.

Résultat : 167 est un nombre premier.

Repérer rapidement un nombre composé

Énoncé. Détermine si 221 est un nombre premier.

1. 221 est supérieur à 1. On peut commencer les tests de divisibilité.
2. 221 est impair et la somme de ses chiffres vaut $2 + 2 + 1 = 5$: il n'est divisible ni par 2 ni par 3.
3. 221 ne se termine ni par 0 ni par 5 : il n'est pas divisible par 5.
4. $221 = 13 \times 17$.

Résultat : 221 est un nombre composé car il possède 13 comme diviseur différent de 1 et de 221.

Utiliser le PGCD pour simplifier

Énoncé. Simplifie la fraction $84/126$.

1. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
2. Les facteurs premiers communs sont 2, 3 et 7.
3. $\text{PGCD}(84 ; 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$.

4. On divise le numérateur et le dénominateur par 42.

Résultat : $84/126 = 2/3$.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la borne

Avant les essais, écris l'encadrement de la racine carrée et la liste des nombres premiers à tester. Ta conclusion devient vérifiable, pas seulement plausible.



Prouve chaque non-divisibilité

Pour 7, 11 ou 13, encadre le nombre entre deux multiples consécutifs si tu ne poses pas la division. Une multiplication isolée ne justifie pas ton résultat.



Routine automatismes

Au brevet, entraîne-toi quelques minutes sans calculatrice : signes, puissances, développement, racines carrées connues et PGCD. La vitesse vient d'une méthode fiable, pas du hasard.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Affirmer que 1 est premier.	Un nombre premier doit posséder exactement deux diviseurs positifs distincts, alors que 1 n'a que lui-même comme diviseur positif.	Apprends le trio de départ : 1 n'est ni premier ni composé ; 2 est premier ; tout nombre pair supérieur à 2 est composé.
Tester tous les entiers jusqu'au nombre étudié.	La recherche est inutilement longue : un nombre composé possède un diviseur premier inférieur ou égal à sa racine carrée.	Encadre d'abord la racine carrée, puis teste seulement les nombres premiers jusqu'à cette borne.
Écrire un seul multiple pour exclure une divisibilité.	Le fait que $7 \times 27 = 189$ ne prouve pas, à lui seul, que 191 n'est pas divisible par 7.	Encadre le nombre entre deux multiples consécutifs : $7 \times 27 = 189 < 191 < 196 = 7 \times 28$.
Conclure qu'un nombre est premier parce qu'il est impair.	Être impair élimine seulement la divisibilité par 2.	Poursuis les essais nécessaires : 9, 15, 21 et 49 sont impairs mais composés.
Oublier les parenthèses avec les relatifs.	-3^2 et $(-3)^2$ ne désignent pas le même nombre.	Écris les parenthèses dès que le nombre élevé au carré est négatif.
Simplifier une somme de puissances comme un produit.	La règle $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ne concerne que les produits de puissances de même base.	Conserve l'addition : $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$.

I TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Les réflexes de départ ★★★

Indique si chaque nombre est premier, composé, ou ni premier ni composé.

- 1
- 2
- 18
- 19

2 Les filtres rapides ★★★

Indique les nombres divisibles par 2, 3 ou 5.

- 45
- 128
- 71

3 Série de primalité ★★★

Détermine si chaque nombre est premier.

- 29
- 39
- 47

4 Trouver la borne de recherche ★★★

Encadre la racine carrée puis donne les nombres premiers à tester.

- Pour tester 83.
- Pour tester 121.
- Pour tester 143.

5 Rédiger pour 97 ★★★

Justifie que 97 est un nombre premier.

Rédige une démonstration complète.

6 Trouver le diviseur décisif ★★★

Montre que chaque nombre est composé en donnant une égalité de la forme $n = a \times b$.

- 91
- 143
- 169

7 Encadrer les multiples de 191 ★★★

Justifie avec des multiples consécutifs que 191 n'est divisible ni par 7, ni par 11, ni par 13.

Divisibilité par 7.
Divisibilité par 11.
Divisibilité par 13.

8 Finale : démontrer pour 167 ★★★

Démontre que 167 est un nombre premier.

Rédige toutes les étapes utiles.

ÉVALUATION

Réponds avec une rédaction rigoureuse lorsque la justification est demandée.

Barème : 20 points

1. Indique si 1 est premier, composé, ou ni premier ni composé. / 2
2. Donne tous les nombres premiers inférieurs à 15. / 3
3. Justifie que 87 n'est pas premier. / 3
4. Encadre $\sqrt{137}$ entre deux entiers consécutifs et donne les nombres premiers à tester. / 4
5. Justifie que 137 est premier. / 6
6. Justifie que 191 n'est pas divisible par 13 en utilisant deux multiples consécutifs. / 2

Quiz de révision

1. Quelle affirmation définit un nombre premier ?

- A) Il est impair. B) Il possède exactement deux diviseurs positifs.
C) Il possède exactement trois diviseurs positifs. D) Il est divisible par lui-même.

2. Quel nombre est le seul nombre premier pair ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4

3. Quelle est la nature de 1 ?

- A) Premier B) Composé C) Pair et premier D) Ni premier ni composé

4. Pour tester si 83 est premier, quel est le plus grand nombre premier à essayer ?

- A) 5 B) 7 C) 11 D) 83

5. Pourquoi 51 n'est-il pas premier ?

- A) Il est pair. B) Il se termine par 5. C) La somme de ses chiffres vaut 6. D) Il est supérieur à 50.

6. Quelle écriture prouve que 77 est composé ?

- A) $77 = 7 \times 11$ B) $77 = 1 \times 77$ C) 77 est impair D) $\sqrt{77}$ est inférieur à 9

7. Quelle liste faut-il tester pour décider si 137 est premier ?

- A) 2, 3, 5 B) 2, 3, 5, 7 C) 2, 3, 5, 7, 11 D) 2, 3, 5, 7, 11, 13

8. Quelle justification exclut correctement la divisibilité de 191 par 7 ?

- A) $7 \times 27 = 189$. B) $7 \times 28 = 196$. C) $7 \times 27 = 189$ et $7 \times 28 = 196$, donc $189 < 191 < 196$. D) 191 est impair.

9. Si aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{n}$ ne divise un entier positif n supérieur à 1, que peux-tu conclure ?

- A) n est pair. B) n est premier. C) n est divisible par 1 seulement. D) n est négatif.

Guide pour les parents

Faites expliquer la méthode à voix haute, sans donner immédiatement la réponse. Votre rôle est de demander une justification précise et de laisser l'élève écrire sa conclusion.

- Choisissez un entier et demandez : « Jusqu'à quel nombre premier dois-tu tester, et pourquoi ? » Vérifiez surtout l'encadrement de la racine carrée.
- Quand l'élève affirme qu'un nombre n'est pas divisible par 7, 11 ou 13, demandez les deux multiples consécutifs qui encadrent ce nombre.
- Pour les automatismes, proposez un calcul court avec relatifs, une puissance, une racine carrée ou un PGCD et demandez une vérification avant de donner le corrigé.

Temps conseillé : ~15 min.

Questions fréquentes

Q. Pourquoi ne teste-t-on pas 4, 6 ou 9 ?

R. Ces nombres ne sont pas premiers. Si un nombre est divisible par 4, il est déjà divisible par 2 ; s'il est divisible par 9, il est déjà divisible par 3.

Q. Faut-il tester un nombre premier égal à la racine carrée ?

R. Oui. Si $\sqrt{n}$ est entier, il faut le tester. Par exemple, $\sqrt{49} = 7$ et 49 est divisible par 7.

Q. Un nombre négatif peut-il être premier ?

R. Non. Dans la définition utilisée au collège, un nombre premier est un entier positif supérieur à 1.

Q. Une calculatrice peut-elle remplacer la justification au brevet ?

R. Non. Elle peut aider à obtenir une racine carrée approchée, mais tu dois indiquer les diviseurs premiers testés et justifier ta conclusion.

Q. Pourquoi $\sqrt{(-6)^2}$ vaut-il 6 ?

R. Une racine carrée est toujours positive ou nulle. Comme $(-6)^2 = 36$, on a $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Les réflexes de départ

- 1 est ni premier ni composé. Il ne possède qu'un seul diviseur positif.
- 2 est premier. Ses seuls diviseurs positifs sont 1 et 2.
- 18 est composé. 18 est divisible par 2.
- 19 est premier. Ses seuls diviseurs positifs sont 1 et 19.

Exercice 2 : Les filtres rapides

- 45 est divisible par 3 et par 5. $4 + 5 = 9$ est divisible par 3, et 45 se termine par 5.
- 128 est divisible par 2. Son chiffre des unités est 8.
- 71 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5. Il est impair, $7 + 1 = 8$ et il ne se termine ni par 0 ni par 5.

Exercice 3 : Série de primalité

- 29 est premier. $\sqrt{29}$ est inférieur à 6 ; 29 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5.
- 39 n'est pas premier : $39 = 3 \times 13$. La somme de ses chiffres vaut 12, divisible par 3.
- 47 est premier. $\sqrt{47}$ est inférieur à 7 ; 47 n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5.

Exercice 4 : Trouver la borne de recherche

- $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$, donc $9 < \sqrt{83} < 10$. Il faut tester 2, 3, 5 et 7. On conserve les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{83}$.
- $\sqrt{121} = 11$. Il faut tester 2, 3, 5, 7 et 11. Le test de 11 est indispensable car 11 est égal à la racine carrée.
- $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $11 < \sqrt{143} < 12$. Il faut tester 2, 3, 5, 7 et 11. 143 est d'ailleurs divisible par 11.

Exercice 5 : Rédiger pour 97

- $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$, donc $\sqrt{97}$ est compris entre 9 et 10. Il suffit de tester 2, 3, 5 et 7. 97 est impair, donc il n'est pas divisible par 2. $9 + 7 = 16$ n'est pas divisible par 3, donc 97 n'est pas divisible par 3. 97 ne se termine ni par 0 ni par 5, donc il n'est pas divisible par 5. $7 \times 13 = 91$ et $7 \times 14 = 98$, donc $91 < 97 < 98$: 97 n'est pas divisible par 7. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{97}$ ne divise 97. Donc 97 est premier. La conclusion est valable car tous les nombres premiers nécessaires ont été testés.

Exercice 6 : Trouver le diviseur décisif

- $91 = 7 \times 13$; 91 est composé. 7 et 13 sont des diviseurs différents de 1 et de 91.
- $143 = 11 \times 13$; 143 est composé. Un seul diviseur non trivial suffit à conclure.
- $169 = 13^2$; 169 est composé. 13 divise 169.

Exercice 7 : Encadrer les multiples de 191

- $7 \times 27 = 189$ et $7 \times 28 = 196$. Comme $189 < 191 < 196$, 191 n'est pas divisible par 7. Les deux multiples sont consécutifs.
- $11 \times 17 = 187$ et $11 \times 18 = 198$. Comme $187 < 191 < 198$, 191 n'est pas divisible par 11. 191 est strictement entre deux multiples consécutifs de 11.
- $13 \times 14 = 182$ et $13 \times 15 = 195$. Comme $182 < 191 < 195$, 191 n'est pas divisible par 13. Le premier produit seul n'aurait pas suffi.

Exercice 8 : Finale : démontrer pour 167

- $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$, donc $\sqrt{167} < 13$. Il suffit de tester les nombres premiers 2, 3, 5, 7 et 11. 167 est impair, donc il n'est pas divisible par 2. $1 + 6 + 7 = 14$ n'est pas divisible par 3, donc 167 n'est pas divisible par 3. 167 ne se termine ni par 0 ni par 5, donc il n'est pas divisible par 5. $7 \times 23 = 161$ et $7 \times 24 = 168$, donc $161 < 167 < 168$: 167 n'est pas divisible par 7. $11 \times 15 = 165$ et $11 \times 16 = 176$, donc $165 < 167 < 176$: 167 n'est pas divisible par 11. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{167}$ ne divise 167. Donc 167 est premier. Une rédaction complète indique la borne et tous les tests nécessaires.

Corrigé de l'évaluation

- 1 est ni premier ni composé, car il possède un seul diviseur positif. / 2
- 2, 3, 5, 7, 11 et 13. / 3
- $8 + 7 = 15$, qui est divisible par 3. Donc 87 est divisible par 3 ; 87 n'est pas premier. / 3
- $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $11 < \sqrt{137} < 12$. Il faut tester 2, 3, 5, 7 et 11. / 4

5. $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $\sqrt{137}$ est compris entre 11 et 12. Il suffit de tester 2, 3, 5, 7 et 11. 137 est impair. $1 + 3 + 7 = 11$ n'est pas divisible par 3. 137 ne se termine ni par 0 ni par 5. $7 \times 19 = 133$ et $7 \times 20 = 140$, donc 137 n'est pas divisible par 7. $11 \times 12 = 132$ et $11 \times 13 = 143$, donc 137 n'est pas divisible par 11. Aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{137}$ ne divise 137. Donc 137 est premier. / 6
6. $13 \times 14 = 182$ et $13 \times 15 = 195$. Comme $182 < 191 < 195$, 191 n'est pas divisible par 13. / 2

Réponses du quiz

1. **B) Il possède exactement deux diviseurs positifs.** Un nombre premier possède exactement les diviseurs positifs 1 et lui-même.
2. **C) 2.** Tout nombre pair supérieur à 2 est divisible par 2 et par lui-même.
3. **D) Ni premier ni composé.** 1 ne possède qu'un seul diviseur positif.
4. **B) 7.** $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$, donc $\sqrt{83}$ est inférieur à 10 ; 7 est le plus grand nombre premier inférieur à 10.
5. **C) La somme de ses chiffres vaut 6.** $5 + 1 = 6$, divisible par 3 ; donc 51 est divisible par 3.
6. **A) $77 = 7 \times 11$.** 7 et 11 sont des diviseurs différents de 1 et de 77.
7. **C) 2, 3, 5, 7, 11.** $11^2 = 121$ et $12^2 = 144$, donc $\sqrt{137}$ est compris entre 11 et 12.
8. **C) $7 \times 27 = 189$ et $7 \times 28 = 196$, donc $189 < 191 < 196$.** Le nombre doit être encadré entre deux multiples consécutifs de 7.
9. **B) n est premier.** Un entier composé posséderait un diviseur premier inférieur ou égal à sa racine carrée.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · /mathematiques-3eme/
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · /mathematiques-3eme/nombres-calcul/
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · /brevet/