



Réviser nombres et calcul en 3^e : méthodes et exercices pour le brevet

3^e

Difficulté ★★



50 min

Objectif : Maîtriser les calculs du brevet

Tombe souvent au brevet

Fiche complète + corrigé

Compétence visée (programme cycle 4) : Nombres relatifs, puissances, calcul littéral, racines carrées, arithmétique (PGCD, nombres premiers). les automatismes du brevet.



Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Au brevet, un calcul juste commence par une règle choisie et une écriture ordonnée.
- ▶ Tu dois maîtriser les priorités, les puissances, le calcul littéral, les racines carrées et l'arithmétique sans confondre les méthodes.
- ▶ Coach Vince te le rappelle : entraîne-toi à rédiger chaque étape, puis vérifie si ton résultat est cohérent.

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu dois calculer exactement, transformer une expression, résoudre une équation simple ou interpréter un problème de multiples et diviseurs en justifiant ta méthode.

Type de question Calcul à justifier, question d'automatismes sans calculatrice, développement ou factorisation, résolution d'équation, problème d'arithmétique.

Exemple type Une association possède 90 badges rouges et 126 badges jaunes. Elle veut préparer le plus grand nombre possible de lots identiques sans reste. Justifie le nombre de lots et indique leur composition.

Alerte piège Appliquer une règle hors de son domaine : additionner des dénominateurs, distribuer une racine carrée sur une somme ou oublier les parenthèses autour d'un nombre négatif.

LA LEÇON

Construis un calcul fiable

Les automatismes de nombres et calcul servent dans presque tous les exercices du brevet. Ton premier réflexe est de repérer la nature du calcul : calcul numérique, expression littérale, racine carrée ou problème d'arithmétique. Ne mélange pas les règles. Dans une expression numérique, tu respectes les priorités : d'abord les parenthèses, puis les puissances et les racines carrées, ensuite les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions. À l'intérieur d'un même niveau de priorité, tu calcules de gauche à droite. Ainsi, dans $18 - 3 \times 4$, tu effectues d'abord 3×4 , donc tu obtiens $18 - 12 = 6$. En revanche, dans $(18 - 3) \times 4$, les parenthèses imposent $15 \times 4 = 60$. Avec les nombres relatifs, un signe fait partie du nombre. Pour additionner deux nombres de même signe, tu additionnes leurs distances à zéro et tu conserves le signe commun : $-7 + (-5) = -12$. Pour additionner deux nombres de signes contraires, tu soustrais les distances à zéro et tu gardes le signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro : $-11 + 6 = -5$. Dans une soustraction, transforme si besoin le calcul en addition de l'opposé : $8 - (-3) = 8 + 3 = 11$. Pour un produit ou un quotient, détermine le signe avant de calculer les valeurs : deux signes identiques donnent un résultat positif ; deux signes différents donnent un résultat négatif.

Cette règle est valable pour un produit ou un quotient de nombres relatifs non nuls. Une division par zéro est impossible. Garde des lignes de calcul aérées. Un égal doit toujours relier deux expressions de même valeur. N'écris jamais une suite d'opérations différentes sur une seule ligne après un unique égal : tu ne pourrais plus vérifier ton raisonnement. Ton plan de jeu est simple : une transformation justifiée, puis une nouvelle ligne.

Puissances, racines carrées et écritures à connaître

Notion	Règle valable	Exemple rigoureux
Puissance	Pour un entier n positif, a^n est le produit de n facteurs égaux à a .	$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.
Produit de puissances	Si a est un nombre et m, n des entiers positifs, $a^m \times a^n = a^{m+n}$.	$2^3 \times 2^4 = 2^7 = 128$.
Quotient de puissances	Si a est non nul et $m \geq n$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$.	$5^6 \div 5^2 = 5^4 = 625$.
Puissance d'une puissance	Pour des entiers positifs m et n , $(a^m)^n = a^{mn}$.	$(2^3)^2 = 2^6 = 64$.
Racine carrée	Pour tout nombre positif ou nul a , $\sqrt{a}$ est le nombre positif ou nul dont le carré vaut a .	$\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$.
Carré et racine	Pour tout nombre réel a , $\sqrt{a^2} = a $. Le résultat est donc positif ou nul.	$\sqrt{(-6)^2} = 6$, et non -6 .

Passe du calcul littéral au résultat juste

- Une expression littérale contient des lettres qui représentent des nombres. Dans $5x - 3$, la lettre x peut prendre différentes valeurs. Pour calculer une valeur, remplace la lettre par le nombre donné en utilisant des parenthèses, surtout si ce nombre est négatif. Si $x = -2$, alors $5x - 3 = 5 \times (-2) - 3 = -10 - 3 = -13$.
- Réduire une expression consiste à regrouper seulement les termes semblables. Les termes $4x$ et $-7x$ sont semblables : $4x - 7x = -3x$. En revanche, $4x$ et $4x^2$ ne sont pas semblables : l'un contient x et l'autre x^2 . Tu ne peux pas les additionner.
- Développer consiste à supprimer des parenthèses grâce à la distributivité. Pour tous nombres a, b et c , $a(b + c) = ab + ac$ et $a(b - c) = ab - ac$. Ainsi, $-3(2x - 5) = -6x + 15$. Le signe négatif doit être distribué aux deux termes : c'est un point de vigilance classique.
- Factoriser consiste à écrire une expression sous la forme d'un produit. Tu cherches un facteur commun. Dans $12x + 18$, 6 est un facteur commun : $12x + 18 = 6(2x + 3)$. Dans $5x^2 - 15x$, le facteur commun le plus utile est $5x$: $5x^2 - 15x = 5x(x - 3)$.
- Les identités remarquables ne s'emploient que lorsqu'une expression a exactement la bonne forme. Pour tous nombres a et b , $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Par exemple, $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$. Le terme du milieu vaut $2 \times x \times 4$, pas $x + 4$.
- Pour résoudre une équation du premier degré, tu cherches la valeur qui rend l'égalité vraie. Tu peux ajouter, soustraire, multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre non nul. Dans $4x - 7 = 13$, ajoute 7 aux deux membres : $4x = 20$. Puis divise les deux membres par 4 : $x = 5$. Termine en vérifiant : $4 \times 5 - 7 = 13$.

Fractions et racines : ne raccourcis pas les règles

Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut d'abord un dénominateur commun. Tu ne peux pas additionner directement les dénominateurs : $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$. Pour multiplier des fractions, tu multiplies les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, puis tu simplifies si possible. Pour diviser par une fraction non nulle, tu multiplies par son inverse. Avec les racines carrées, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ne devient pas $\sqrt{a + b}$ en général. Par exemple, $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$, tandis que $\sqrt{25} = 5$. En revanche, pour des nombres a et b positifs

ou nuls, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$. Ainsi, $\sqrt{12} = \sqrt{(4 \times 3)} = 2\sqrt{3}$. Au brevet, simplifie une racine seulement en utilisant un facteur carré parfait.

Utilise l'arithmétique pour organiser un problème

L'arithmétique étudie notamment les multiples, les diviseurs et les nombres premiers. Un nombre premier est un entier positif qui possède exactement deux diviseurs positifs distincts : 1 et lui-même. Par exemple, 29 est premier, car aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{29}$ ne le divise. Le nombre 1 n'est pas premier : il n'a qu'un seul diviseur positif. Pour décomposer un entier en produit de facteurs premiers, divise-le successivement par des nombres premiers. Tu peux écrire $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près. Le PGCD de deux entiers positifs est leur plus grand diviseur commun. Il permet souvent de simplifier une fraction ou de former le plus grand nombre possible de groupes identiques. Pour calculer le PGCD de 84 et 126, utilise leurs décompositions : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$. Les facteurs communs avec les plus petits exposants sont 2, 3 et 7. Donc $\text{PGCD}(84 ; 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$. La fraction $\frac{84}{126}$ se simplifie alors par 42 : $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$. Dans un problème, interprète le résultat. Si l'on répartit 84 objets d'une sorte et 126 d'une autre dans des paquets identiques sans reste, le nombre maximal de paquets est 42. Chaque paquet contient alors 2 objets de la première sorte et 3 de la seconde. Le PGCD répond au mot « maximal » et à l'idée de répartition sans reste. Si le problème demande au contraire le premier moment où deux événements périodiques se produisent ensemble, tu cherches un multiple commun, souvent le plus petit. Lis avant de calculer : la bonne opération dépend du sens de la question. Pour finir ta série, contrôle ton résultat. Une racine carrée doit être positive ou nulle. Un quotient de deux nombres de même signe doit être positif. Une fraction simplifiée ne doit plus avoir de diviseur commun supérieur à 1 entre son numérateur et son dénominateur. Dans une équation, remplace l'inconnue trouvée dans l'égalité initiale. Cette vérification courte protège ton record perso contre les erreurs d'étourderie.

Exemples résolus

Calculer une expression avec nombres relatifs et puissances

Énoncé. Calcule $A = -3^2 + 4 \times (-5 + 8) - 2^3$.

1. Calcule d'abord la parenthèse : $-5 + 8 = 3$.
2. Calcule les puissances : $-3^2 = -9$ car la puissance porte sur 3 seulement, et $2^3 = 8$.
3. Calcule le produit : $4 \times 3 = 12$.
4. Effectue les dernières opérations : $A = -9 + 12 - 8 = 3 - 8 = -5$.

Résultat : $A = -5$.

Développer puis réduire

Énoncé. Développe et réduis $B = 3(2x - 5) - 4(x + 1)$.

1. Applique la distributivité au premier produit : $3(2x - 5) = 6x - 15$.
2. Applique la distributivité au second produit : $-4(x + 1) = -4x - 4$.
3. Écris l'expression sans parenthèses : $B = 6x - 15 - 4x - 4$.
4. Regroupe les termes semblables : $B = 2x - 19$.

Résultat : $B = 2x - 19$.

Former des groupes identiques avec un PGCD

Énoncé. On veut répartir 72 jetons rouges et 108 jetons bleus dans le plus grand nombre possible de sachets identiques, sans reste. Détermine ce nombre de sachets et leur contenu.

1. Décompose les deux nombres : $72 = 2^3 \times 3^2$ et $108 = 2^2 \times 3^3$.

2. Prends les facteurs communs avec les plus petits exposants : $\text{PGCD}(72 ; 108) = 2^2 \times 3^2 = 36$.
3. Le plus grand nombre possible de sachets est donc 36.
4. Calcule le contenu d'un sachet : $72 \div 36 = 2$ et $108 \div 36 = 3$.

Résultat : Il est possible de former 36 sachets contenant chacun 2 jetons rouges et 3 jetons bleus.

Les conseils de Coach Vince



Annonce la règle

Avant de développer, simplifier ou utiliser un PGCD, écris la règle ou l'idée choisie. Une méthode visible rend ton raisonnement vérifiable.



Fais le contrôle final

Relis les signes, les parenthèses et les unités éventuelles avant de conclure. Pour une équation, remplace toujours la valeur trouvée dans l'égalité de départ.

Erreurs fréquentes

Erreur à éviter	Pourquoi	Le bon réflexe
Écrire $-3^2 = 9$.	La puissance est calculée avant le signe placé devant elle : -3^2 signifie l'opposé de 3^2 .	Écris $-3^2 = -9$; seul $(-3)^2$ vaut 9.
Réduire $5x + 2x^2$ en $7x^2$.	Les termes x et x^2 ne sont pas semblables.	Ne regroupe que les termes ayant exactement la même partie littérale.
Écrire $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$.	La racine carrée ne se distribue pas sur une addition.	Calcule d'abord $9 + 16$, puis prends la racine : $\sqrt{25} = 5$.
Choisir le PGCD sans interpréter la situation.	Un problème de périodicité demande souvent un multiple commun, pas un diviseur commun.	Repère les mots-clés : partage maximal sans reste indique le PGCD.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Les signes sans hésiter ★★★

Calcule chaque expression.

1. $-8 + 13$
2. $-6 - 9$
3. $(-7) \times (-4)$
4. $45 \div (-5)$

2 Priorités de calcul ★★★

Calcule en détaillant les étapes.

1. $24 - 3 \times 5$
2. $(24 - 3) \times 5$
3. $2^3 + \sqrt{36}$

3 Puissances et racines carrées ★★★

Complète chaque égalité.

1. $10^3 \times 10^4 = 10 \dots$
2. $\sqrt{121} = \dots$
3. $(-5)^2 = \dots$
4. $\sqrt{(49 \times 4)} = \dots$

4 Développer et réduire ★★★

Développe puis réduis chaque expression.

1. $A = 4(x + 3)$
2. $B = -2(3x - 7)$
3. $C = 5x - 2 + 3x + 9$

5 Trouver l'inconnue ★★★

Résous chaque équation et vérifie la solution.

$$3x + 5 = 20$$

$$7 - 2x = 15$$

6 Affirme ou corrige ★★★

Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifie.

1. $\sqrt{64} = -8$.
2. $(x + 2)^2 = x^2 + 4$.
3. Si un nombre divise 18 et 30, alors il divise PGCD(18 ; 30).

7 Des lots sans reste ★★★

Résous le problème en justifiant l'utilisation du PGCD.

Une personne dispose de 96 cartes vertes et de 144 cartes orange. Elle veut former le plus grand nombre possible de paquets identiques, sans carte restante. Détermine le nombre de paquets et leur contenu.

8 Finale : calcul complet ★★★

Calcule et rédige les étapes dans l'ordre des priorités.

1. $D = 3^2 - 2(5 - 9) + \sqrt{81}$
2. $E = 2(x - 3) + 5x$ pour $x = -2$

ÉVALUATION

Réponds sans calculatrice lorsque le calcul est accessible mentalement. Rédige les étapes utiles et vérifie les résultats demandés.

Barème : 20 points

1. Calcule $A = -12 + 7 - (-5)$. / 2
2. Calcule $B = 4^2 + \sqrt{49} - 3 \times 6$. / 3
3. Développe et réduis $C = 5(2x - 3) - 2(x + 4)$. / 4
4. Résous l'équation $6x - 11 = 13$ et vérifie. / 4
5. Décompose 180 en produit de facteurs premiers. / 3
6. On veut former le plus grand nombre possible de lots identiques avec 180 crayons bleus et 132 crayons noirs, sans reste. Justifie le nombre de lots et indique leur composition. / 4

Quiz de révision

1. Quelle est la valeur de -4^2 ?

- A) 16 B) -16 C) -8 D) 8

2. Quel calcul respecte les priorités dans $15 - 2 \times 6$?

- A) $(15 - 2) \times 6$ B) $15 - 12$ C) 13×6 D) $15 - 2 + 6$

3. Quelle égalité est correcte ?

- A) $2^3 \times 2^4 = 2^{12}$ B) $2^3 \times 2^4 = 4^7$ C) $2^3 \times 2^4 = 2^7$ D) $2^3 \times 2^4 = 2^1$

4. Quelle est la valeur de $\sqrt{196}$?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 98

5. Quelle expression est égale à $3(x - 4)$?

- A) $3x - 4$ B) $3x - 12$ C) $3x - 7$ D) $x - 12$

6. Quelle réduction est correcte ?

- A) $4x + 3x^2 = 7x^2$ B) $4x + 3x = 7x$ C) $4x^2 - 3x = x^2$ D) $4 + 3x = 7x$

7. Quelle est la solution de $5x + 2 = 17$?

- A) $x = 1$ B) $x = 3$ C) $x = 5$ D) $x = 15$

8. Lequel de ces nombres est premier ?

- A) 21 B) 27 C) 29 D) 33

9. Quel est le PGCD de 36 et 48 ?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 84

Guide pour les parents

Laissez votre adolescent chercher seul quelques minutes, puis demandez-lui d'expliquer sa première étape à voix haute.

- Demandez « quelle règle utilises-tu ? » plutôt que de donner la procédure ou le résultat.
- Faites-lui vérifier un calcul par une méthode simple : estimation, remplacement dans une équation ou contrôle des signes.

Temps conseillé : ~20 min.

Questions fréquentes

Q. Dois-je apprendre toutes les identités remarquables par cœur ?

R. Oui, mais surtout leurs formes exactes. Entraîne-toi à reconnaître quand une expression correspond réellement à l'une d'elles.

Q. Pourquoi faut-il écrire des étapes alors que le résultat est juste ?

R. Les étapes montrent la règle utilisée et permettent de repérer une erreur. Au brevet, un raisonnement lisible peut valoriser une démarche engagée.

Q. Comment savoir si je dois calculer un PGCD ?

R. Cherche une répartition en groupes identiques, sans reste, avec un nombre de groupes maximal. Ce sont les indices les plus nets.

Q. La calculatrice peut-elle remplacer les méthodes de calcul ?

R. Non. Certaines questions demandent un calcul exact ou une justification, et la partie automatismes se travaille sans calculatrice.

CORRIGÉ

Exercice 1 : Les signes sans hésiter

1. 5. Les nombres sont de signes contraires et 13 a la plus grande distance à zéro.
2. -15. Soustraire 9 revient à ajouter -9.
3. 28. Le produit de deux nombres négatifs est positif.
4. -9. Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exercice 2 : Priorités de calcul

1. $24 - 3 \times 5 = 24 - 15 = 9$. La multiplication est prioritaire sur la soustraction.
2. $(24 - 3) \times 5 = 21 \times 5 = 105$. La parenthèse est prioritaire.
3. $2^3 + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$. Calcule la puissance et la racine avant l'addition.

Exercice 3 : Puissances et racines carrées

1. $10^3 \times 10^4 = 10^7$. Lors d'un produit de puissances de même base, les exposants s'additionnent.
2. $\sqrt{121} = 11$. $11^2 = 121$.
3. $(-5)^2 = 25$. Les parenthèses indiquent que le nombre négatif entier est élevé au carré.
4. $\sqrt{(49 \times 4)} = \sqrt{196} = 14$. $49 \times 4 = 196$.

Exercice 4 : Développer et réduire

1. $A = 4x + 12$. Le facteur 4 est distribué à chacun des termes de la parenthèse.
2. $B = -6x + 14$. Le signe négatif agit sur les deux produits.
3. $C = 8x + 7$. Regroupe séparément les termes en x et les nombres.

Exercice 5 : Trouver l'inconnue

1. $3x + 5 = 20$. Donc $3x = 15$. Donc $x = 5$. Vérification : $3 \times 5 + 5 = 20$, donc 5 est solution. La même opération est effectuée sur les deux membres.
2. $7 - 2x = 15$. Donc $-2x = 8$. Donc $x = -4$. Vérification : $7 - 2 \times (-4) = 7 + 8 = 15$, donc -4 est solution. Les parenthèses protègent le nombre négatif lors de la vérification.

Exercice 6 : Affirme ou corrige

1. Faux. $\sqrt{64} = 8$, car la racine carrée d'un nombre positif est positive ou nulle et $8^2 = 64$. -8 est bien un nombre dont le carré vaut 64, mais ce n'est pas la racine carrée principale.
2. Faux. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$, d'après l'identité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Le terme du milieu a été oublié.
3. Vrai. Le PGCD est le plus grand diviseur commun de 18 et 30 ; tout diviseur commun divise donc ce plus grand diviseur commun. Ici, $\text{PGCD}(18 ; 30) = 6$. Les diviseurs communs de 18 et 30 sont 1, 2, 3 et 6.

Exercice 7 : Des lots sans reste

1. On cherche le plus grand nombre de paquets identiques sans reste, donc on calcule $\text{PGCD}(96 ; 144)$. Or $96 = 2^5 \times 3$ et $144 = 2^4 \times 3^2$. Donc $\text{PGCD}(96 ; 144) = 2^4 \times 3 = 48$. Il est possible de former 48 paquets. Chaque paquet contient $96 \div 48 = 2$ cartes vertes et $144 \div 48 = 3$ cartes orange. La rédaction doit nommer le PGCD, le calculer et interpréter le résultat.

Exercice 8 : Finale : calcul complet

1. $D = 3^2 - 2(-4) + \sqrt{81} = 9 + 8 + 9 = 26$. Les parenthèses, la puissance et la racine sont traitées avant les dernières additions.
2. $E = 2((-2) - 3) + 5 \times (-2) = 2 \times (-5) - 10 = -10 - 10 = -20$. Le remplacement de x par -2 exige des parenthèses.

Corrigé de l'évaluation

1. $A = -12 + 7 + 5 = 0$. / 2
2. $B = 16 + 7 - 18 = 5$. / 3
3. $C = 10x - 15 - 2x - 8 = 8x - 23$. / 4
4. $6x - 11 = 13$. Donc $6x = 24$. Donc $x = 4$. Vérification : $6 \times 4 - 11 = 24 - 11 = 13$; 4 est solution. / 4
5. $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$. / 3
6. On cherche le plus grand nombre de lots identiques sans reste, donc on calcule $\text{PGCD}(180 ; 132)$. Or $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ et $132 = 2^2 \times 3 \times 11$. Donc $\text{PGCD}(180 ; 132) = 2^2 \times 3 = 12$. On peut former 12 lots contenant chacun $180 \div 12 = 15$ crayons bleus et $132 \div 12 = 11$ crayons noirs. / 4

Réponses du quiz

1. **B) -16.** La puissance est calculée avant le signe placé devant : $-4^2 = -(4^2) = -16$.
2. **B) 15 - 12.** La multiplication 2×6 est prioritaire.
3. **C) $2^3 \times 2^4 = 2^7$.** Dans un produit de puissances de même base, les exposants s'additionnent.
4. **C) 14.** $14^2 = 196$.
5. **B) $3x - 12$.** La distributivité donne $3 \times x - 3 \times 4 = 3x - 12$.
6. **B) $4x + 3x = 7x$.** Seuls $4x$ et $3x$ sont des termes semblables.
7. **B) $x = 3$.** $5x = 15$, donc $x = 3$.
8. **C) 29.** 29 n'est divisible que par 1 et par 29.
9. **B) 12.** $36 = 2^2 \times 3^2$ et $48 = 2^4 \times 3$, donc $\text{PGCD}(36 ; 48) = 2^2 \times 3 = 12$.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « nombres-calcul » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/nombres-calcul/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/nombres-calcul/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)