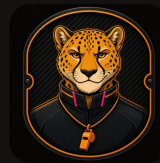


# La trigonométrie en 3<sup>e</sup> : cours, exercices et méthode pour le brevet



3<sup>e</sup>

Difficulté ★★★



45 min

Objectif : la trigonométrie

Tombe souvent au brevet

Version dys

Prénom :

Date :

**Compétence visée (programme cycle 4) :** Utiliser le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle pour calculer une longueur ou une mesure d'angle.



## Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Dans un triangle rectangle, choisis cosinus, sinus ou tangente selon les côtés connus et cherchés.
- ▶ L'hypoténuse est toujours le côté opposé à l'angle droit : repère-la avant tout calcul.
- ▶ Pour trouver un angle, utilise la fonction inverse adaptée sur une calculatrice réglée en degrés.

**AU BREVET, ON TE DEMANDE...**

Tu dois repérer les côtés par rapport à un angle, choisir le rapport adapté, poser une égalité justifiée puis calculer une longueur ou un angle.

**Type de question** Calcul à justifier dans une figure, parfois intégré à un problème de distance, de hauteur ou de pente ; des QCM d'automatismes peuvent aussi demander le bon rapport.

**Exemple type** Le triangle  $RST$  est rectangle en  $R$ .  $RS = 11$  cm et l'angle  $RST$  mesure  $42^\circ$ . Calcule  $RT$  au dixième de cm près en rédigeant les étapes.

**Alerte piège** Confondre le côté opposé et le côté adjacent parce que l'angle étudié a changé, ou oublier la fonction inverse lorsque l'inconnue est un angle.

## I LA LEÇON

### Le terrain de jeu : un triangle rectangle

La trigonométrie s'utilise ici uniquement dans un triangle rectangle, c'est-à-dire un triangle qui possède un angle droit. Elle relie une mesure d'angle aigu à des longueurs de côtés. Un angle aigu mesure strictement plus de  $0^\circ$  et strictement moins de  $90^\circ$ . Les deux angles qui ne sont pas

droits dans un triangle rectangle sont donc aigus. Commence toujours par nommer le sommet de l'angle droit : c'est ton repère le plus sûr. Dans le triangle ABC rectangle en A, l'angle droit est au sommet A. Le côté opposé à A est [BC] : c'est l'hypoténuse. Elle ne contient donc jamais la lettre A. L'hypoténuse est le plus long côté du triangle rectangle. Les deux autres côtés, [AB] et [AC], sont les côtés de l'angle droit. Les mots adjacent et opposé dépendent de l'angle que tu étudies. Observe l'angle ABC, situé au sommet B. Le côté [AB] touche cet angle et n'est pas l'hypoténuse : c'est le côté adjacent à l'angle ABC. Le côté [AC] est en face de cet angle : c'est le côté opposé à l'angle ABC. Si tu étudies maintenant l'angle ACB, les rôles de [AB] et [AC] s'inversent. Le côté [AC] devient adjacent et [AB] devient opposé. L'hypoténuse [BC], elle, ne change jamais. Ne cherche donc pas « le côté adjacent du triangle » : cherche le côté adjacent à un angle précis. Cette précision évite la majorité des erreurs.

## **Les trois rapports à connaître**

| Rapport | Égalité dans un triangle rectangle                                    | Quand le choisir                                      |
|---------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Cosinus | $\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ | Tu connais ou tu cherches l'adjacent et l'hypoténuse. |
| Sinus   | $\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$   | Tu connais ou tu cherches                             |

|          |                                                                        |                                                                        |
|----------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
|          |                                                                        | l'opposé et l'hypoténuse.                                              |
| Tangente | $\tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ | Tu connais ou tu cherches les deux côtés qui ne sont pas l'hypoténuse. |

## **I Choisir le bon rapport sans deviner**

- Place ton doigt sur l'angle étudié. Repère d'abord l'hypoténuse : elle est en face de l'angle droit. C'est le seul côté dont le nom ne dépend pas de ton angle.
- Parmi les deux autres côtés, nomme celui qui touche l'angle étudié : c'est l'adjacent. Le dernier côté, placé en face de l'angle étudié, est l'opposé.
- Entoure les deux côtés présents dans la question : la longueur connue et la longueur cherchée. Choisis le rapport qui contient exactement ces deux côtés. Si l'hypoténuse intervient avec l'adjacent, prends le cosinus ; avec l'opposé, prends le sinus ; sans hypoténuse, prends la tangente.
- Écris l'égalité avec les lettres de la figure avant de remplacer par les nombres. Par exemple, dans le triangle ABC rectangle en A, pour l'angle ABC, si AB est connu et AC est cherché, écris  $\tan(\text{ABC}) = \frac{\text{AC}}{\text{AB}}$ . Cette ligne prouve ton choix.
- Isole ensuite la longueur inconnue. Si  $\tan(\text{ABC}) = \frac{\text{AC}}{\text{AB}}$ , alors  $\text{AC} = \text{AB} \times \tan(\text{ABC})$ . Une multiplication apparaît lorsque la longueur

cherchée est au numérateur. Si  $\cos(ABC) = AB \div BC$  et que  $BC$  est cherchée, alors  $BC = AB \div \cos(ABC)$ .

- Garde les valeurs affichées par la calculatrice pendant les calculs intermédiaires. Arrondis seulement le résultat final, selon la consigne. Ajoute toujours l'unité d'une longueur : cm, m ou autre unité donnée.
- Contrôle la cohérence. Une hypoténuse doit être plus longue que chacun des deux autres côtés. Pour un angle aigu,  $\cos(\text{angle})$ ,  $\sin(\text{angle})$  et  $\tan(\text{angle})$  sont positifs. Si tu obtiens une longueur négative ou une hypoténuse plus courte qu'un autre côté, reprends ton repérage.

## ■ Trouver une mesure d'angle

Quand une égalité trigonométrique donne le rapport de deux longueurs, tu peux déterminer un angle aigu grâce à une fonction inverse. Cette méthode est valable seulement si les longueurs appartiennent au même triangle rectangle et si l'angle recherché est aigu. Par exemple, dans un triangle rectangle, si le côté opposé à l'angle a mesure 8 cm et le côté adjacent mesure 6 cm, alors  $\tan(a) = 8 \div 6$ . Donc  $a = \arctan(8 \div 6)$ , soit environ  $53,1^\circ$ . Sur la calculatrice, utilise la touche associée à  $\tan$  puis sa fonction inverse, souvent accessible avec une touche secondaire. Vérifie auparavant le réglage : il doit être en degrés, noté DEG, et non en radians. Ne confonds pas une fonction inverse avec l'inverse d'un nombre.  $\arctan(8 \div 6)$  sert à retrouver l'angle dont la tangente vaut  $8 \div 6$ . Écrire  $1 \div \tan(8 \div 6)$  ne

répond pas à la question. De même, si  $\cos(a) = 0,6$ , alors  $a = \arccos(0,6)$  ; si  $\sin(a) = 0,75$ , alors  $a = \arcsin(0,75)$ . La calculatrice renvoie souvent plusieurs décimales : présente une mesure d'angle au degré près si aucune précision n'est demandée. Tu peux aussi vérifier : un angle d'environ  $53^\circ$  est plausible si le côté opposé est plus long que le côté adjacent.

## Rédiger un calcul propre et vérifier son résultat

Au brevet, un nombre seul ne suffit pas : tu dois montrer la règle employée et expliquer pourquoi elle s'applique. Une rédaction efficace suit un ordre fixe. Écris d'abord que le triangle est rectangle au sommet indiqué. Nomme ensuite l'angle étudié. Énonce le rapport utilisé avec ses côtés : « Dans le triangle ABC rectangle en A,  $\cos(ABC) = AB \div BC$ . » Remplace les lettres par les valeurs, puis transforme l'égalité pour isoler l'inconnue. Termine par une phrase-réponse avec l'unité et un arrondi adapté. Si tu calcules un angle, indique le symbole  $^\circ$ . La trigonométrie et le théorème de Pythagore peuvent se compléter, mais ils n'ont pas le même rôle. Le théorème de Pythagore s'applique seulement dans un triangle rectangle et relie les trois longueurs : dans le triangle ABC rectangle en A,  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ . Il permet par exemple de calculer l'hypoténuse avant une question de trigonométrie. La trigonométrie utilise au contraire une mesure d'angle et au moins une longueur. Ne lance pas Pythagore si une

question donne un angle et demande un côté : choisis alors cosinus, sinus ou tangente. Fais une vérification finale en trois temps. Vérifie le sommet de l'angle droit et donc l'hypoténuse. Vérifie que ton rapport contient les bons côtés par rapport à l'angle étudié. Vérifie enfin l'ordre de grandeur : avec un angle de  $30^\circ$ , le côté opposé vaut la moitié de l'hypoténuse ; avec un angle proche de  $45^\circ$ , les deux côtés de l'angle droit ont des longueurs proches. Ce contrôle ne remplace pas le calcul, mais il protège ton record perso de rigueur.

## Exemples résolus

### Calculer un angle avec le cosinus

**Énoncé.** Le triangle ABC est rectangle en A.  $AB = 9$  cm et  $BC = 15$  cm. Calcule la mesure de l'angle ABC au degré près.

1. Comme le triangle ABC est rectangle en A,  $[BC]$  est l'hypoténuse.
2. Pour l'angle ABC,  $[AB]$  est le côté adjacent. Le cosinus relie le côté adjacent et l'hypoténuse.
3.  $\cos(ABC) = AB \div BC = 9 \div 15 = 0,6$ .
4.  $ABC = \arccos(0,6) \approx 53,1^\circ$ .
5. Au degré près,  $ABC \approx 53^\circ$ .

**Résultat :** La mesure de l'angle ABC est environ  $53^\circ$ .

### Calculer une longueur avec le sinus

**Énoncé.** Le triangle DEF est rectangle en D. EF

= 12 cm et l'angle DEF mesure  $38^\circ$ . Calcule DF au dixième de cm près.

1. Dans le triangle DEF rectangle en D, [EF] est l'hypoténuse.
2. Par rapport à l'angle DEF, [DF] est le côté opposé.
3.  $\sin(\text{DEF}) = \text{DF} \div \text{EF}$ , donc  $\sin(38^\circ) = \text{DF} \div 12$ .
4.  $\text{DF} = 12 \times \sin(38^\circ) \approx 7,387$ .
5. Au dixième près,  $\text{DF} \approx 7,4$  cm.

**Résultat :** DF mesure environ 7,4 cm.

### Calculer une longueur avec la tangente

**Énoncé.** Le triangle MNO est rectangle en M.  $\text{MN} = 12$  cm et l'angle MNO mesure  $35^\circ$ . Calcule MO au dixième de cm près.

1. Par rapport à l'angle MNO, [MN] est le côté adjacent et [MO] est le côté opposé.
2. La tangente relie ces deux côtés :  $\tan(\text{MNO}) = \text{MO} \div \text{MN}$ .
3.  $\tan(35^\circ) = \text{MO} \div 12$ , donc  $\text{MO} = 12 \times \tan(35^\circ)$ .
4.  $\text{MO} \approx 8,402$  cm.
5. Au dixième près,  $\text{MO} \approx 8,4$  cm.

**Résultat :** MO mesure environ 8,4 cm.

# TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

## 1 Repère les côtés ★★★

Identifie l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé à l'angle  $ABC$ .

1. Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .  
.....

## 2 Complète les égalités ★★★

Complète chaque rapport pour l'angle  $ABC$  dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ .

1.  $\cos(ABC) = \dots \div \dots$  .....

2.  $\sin(ABC) = \dots \div \dots$  .....

3.  $\tan(ABC) = \dots \div \dots$  .....

## 3 Choisis sans calculer ★★★

Choisis le rapport trigonométrique adapté.

1. Tu connais le côté opposé et l'hypoténuse.  
.....

2. Tu connais le côté adjacent et l'hypoténuse.  
.....

3. Tu connais le côté opposé et le côté adjacent.  
.....

## 4 Calcule un angle ★★★

Calcule la mesure de l'angle  $DEF$  au degré près.

1. Le triangle  $DEF$  est rectangle en  $D$ .  $DE = 9$  cm et  $EF = 15$  cm. ....

## 5 Calcule un côté opposé ★★★

*Calcule  $GI$  au dixième de cm près.*

1. Le triangle  $GHI$  est rectangle en  $G$ .  $HI = 13$  cm et l'angle  $GHI$  mesure  $30^\circ$ . .....

## **6** Passe à la tangente ★★★

*Calcule  $MO$  au dixième de cm près.*

1. Le triangle  $MNO$  est rectangle en  $M$ .  $MN = 12$  cm et l'angle  $MNO$  mesure  $35^\circ$ . .....

## **7** Écarte les pièges ★★★

*Indique si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifie brièvement.*

1. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté le plus long. ....
2. Le côté adjacent à un angle est toujours le même, quel que soit l'angle étudié.  
.....
3. Si  $\tan(a) = 3 \div 4$ , alors  $a = \arctan(3 \div 4)$ .  
.....

## **8** Rédige comme au brevet ★★★

*Rédige le calcul complet de  $SU$  au dixième de cm près.*

Le triangle  $STU$  est rectangle en  $S$ .  $ST = 9$  cm et l'angle  $STU$  mesure  $40^\circ$ .

# ÉVALUATION

Réponds sans sauter d'étape. Justifie

tout calcul trigonométrique par l'égalité **Barème : 20 points**  
adaptée.

1. Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ . Pour l'angle  $ABC$ , indique l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé. / 3

2. Dans un triangle rectangle, tu connais le côté opposé à un angle aigu et l'hypoténuse. Nomme le rapport à utiliser et écris sa formule. / 2

3. Le triangle  $EFG$  est rectangle en  $E$ .  $EG = 8$  cm et l'angle  $EFG$  mesure  $35^\circ$ . Calcule  $EF$  au dixième de cm près. / 4

4. Le triangle  $HIJ$  est rectangle en  $H$ .  $HI = 9$  cm et  $HJ = 12$  cm. Calcule l'angle  $HIJ$  au degré près. / 4

5. Le triangle  $KLM$  est rectangle en  $K$ .  $KL = 5$  cm et  $KM = 12$  cm. Calcule d'abord  $LM$ , puis la mesure de l'angle  $KLM$  au degré près. / 4

- 
6. Explique pourquoi il faut repérer l'angle étudié avant de choisir le côté adjacent et le côté opposé. / 3
- 

## Les conseils de Coach Vince



### Annonce ton rapport

Avant tout calcul, écris la formule trigonométrique avec les lettres du triangle. Tu montres ainsi que tu as identifié les bons côtés.



### Contrôle avant la finale

Relis l'unité, l'arrondi et le symbole  $^\circ$  avant de rendre ta réponse. Vérifie aussi qu'une hypoténuse reste le plus long côté.

### Pour aller plus loin sur [exercices-3eme.fr](https://exercices-3eme.fr)

- › Toutes les fiches de Mathématiques en 3<sup>e</sup> . / [mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › Le domaine « geometrie » en 3<sup>e</sup> . / [mathematiques-3eme/geometrie/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/geometrie/)
- › Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode) . / [brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)