

Volume d'une boule en 3^e : cours, exercices et méthode pour le brevet

3^e

Difficulté ★★

 45 min

Objectif : Volume d'une boule

Tombe souvent au brevet

Éco-encre (N&B)

Prénom :

Date :

Compétence visée (programme cycle 4) : Pythagore, Thalès, trigonométrie, transformations, géométrie dans l'espace (solides, sections, agrandissement-réduction).

Coach Vince te résume l'essentiel

- ▶ Le volume d'une boule de rayon r est $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$.
- ▶ Tu dois toujours trouver le rayon avant de remplacer dans la formule.
- ▶ Un volume s'exprime avec une unité au cube : cm^3 , m^3 , dm^3 ou mm^3 .

AU BREVET, ON TE DEMANDE...

Tu peux devoir calculer le volume d'un objet modélisé par une boule, convertir des unités ou étudier l'effet d'un agrandissement.

Type de question Calcul à justifier avec formule, remplacement numérique et arrondi ; parfois question d'automatisme sur le rayon, le diamètre ou un coefficient de volume.

Exemple type Une boule décorative a un diamètre de 16 cm. Calcule son volume au cm^3 près, puis indique le volume de la boule obtenue si son rayon est doublé.

Alerte piège Utiliser 16 comme rayon ou oublier que le doublement du rayon multiplie le volume par 8.

LA LEÇON

Distingue la sphère et la boule

Une sphère est une surface : elle correspond seulement à l'enveloppe ronde d'un objet. Une boule est le solide limité par cette sphère : elle comprend toute la place à l'intérieur. Quand tu calcules une capacité, une quantité de matière ou l'espace occupé par un objet rond plein, tu cherches donc le volume d'une boule. Le centre est le point situé à égale distance de tous les points de la sphère. Cette distance s'appelle le rayon, noté r . Un segment qui relie deux points de la sphère en passant par le centre est un diamètre, noté d . Il mesure deux fois le rayon : $d = 2 \times r$. Donc $r = d \div 2$. Cette relation est indispensable : la formule du volume utilise le rayon, jamais le diamètre directement. Si l'énoncé donne un diamètre de 18 cm, ton premier réflexe est d'écrire $r = 18 \div 2$, donc $r = 9$ cm. Ne lance pas la calculatrice avant cette étape. Une boule peut être représentée en perspective par un cercle, mais ce dessin ne montre pas son volume réel : il sert seulement à repérer le centre, le rayon ou le diamètre. Garde cette idée nette : le cercle est une figure plane, tandis que la boule est un solide de l'espace.

La formule à connaître

Pour une boule de rayon r , son volume V est donné par $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$. Cette formule s'applique uniquement à une boule : elle ne permet pas de calculer le volume d'un cône, d'un cylindre ou d'un objet seulement approximativement rond. Le symbole π désigne un nombre dont la valeur approchée est 3,14. Dans une

réponse exacte, conserve π : par exemple, $36\pi \text{ cm}^3$. Si l'énoncé demande une valeur approchée, utilise la touche π de la calculatrice et arrondis seulement à la fin. Le nombre r^3 signifie $r \times r \times r$. Ainsi, si $r = 4 \text{ cm}$, alors $r^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$. Attention : le rayon est une longueur, mais son cube intervient dans le calcul. Lorsque tu écris la formule avec les unités, le résultat est donc une unité de volume.

Ton plan de calcul en quatre temps

- 1. Lis la grandeur fournie. Si c'est un diamètre, convertis-le en rayon avec $r = d \div 2$. Si c'est déjà un rayon, note-le clairement avec son unité.
- 2. Écris la formule avant de remplacer les valeurs : $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$. Cette ligne montre que tu connais la règle utilisée et sécurise ta rédaction.
- 3. Remplace r par sa valeur entre parenthèses, puis calcule le cube : $V = 4 \times \pi \times 3^3 \div 3$. Les parenthèses évitent de confondre le rayon avec son cube.
- 4. Donne une réponse exacte si elle est demandée, puis une valeur approchée si nécessaire. Termine toujours par l'unité au cube. Par exemple : $V = 36\pi \text{ cm}^3$, soit environ 113 cm^3 .
- Si l'énoncé parle d'un contenant, vérifie que toutes les longueurs sont dans la même unité avant de commencer. Tu ne peux pas mélanger un rayon en cm et une réponse en m^3 sans conversion. Un calcul juste avec des unités incohérentes reste faux.
- Pour arrondir, garde les chiffres affichés par la calculatrice pendant le calcul. Arrondir π à 3,14 dès le départ peut être accepté dans certains exercices, mais utiliser la touche π donne une meilleure précision. Indique le signe $\approx$ devant une valeur arrondie : il signifie « environ ».

Repères utiles pour éviter les confusions

Situation donnée	Ce que tu dois écrire	Conséquence pour le volume
Le rayon mesure 5 cm	$r = 5 \text{ cm}$	$V = 4 \times \pi \times 5^3 \div 3$
Le diamètre mesure 12 cm	$r = 12 \div 2 = 6 \text{ cm}$	Utilise 6^3 , pas 12^3
Le rayon double	r devient $2 \times r$	Le volume est multiplié par 2^3 , donc par 8
Le rayon est divisé par 2	r devient $r \div 2$	Le volume est divisé par 2^3 , donc par 8
Le résultat est demandé en litres	Convertis un volume en dm^3	1 dm^3 correspond à 1 L

Comprendre l'effet d'un agrandissement

Le volume dépend du cube du rayon. C'est le point stratégique à maîtriser dans les problèmes d'agrandissement et de réduction. Si deux boules sont semblables et que le rayon de la seconde est multiplié par un nombre k , alors son volume est multiplié par k^3 . Cette règle est valable parce que la formule contient r^3 et parce que les deux solides sont bien des boules dont les longueurs ont été multipliées par le même coefficient. Si le rayon est multiplié par 3, le volume est multiplié par 3^3 , donc par 27. Il ne faut surtout pas répondre « multiplié par 3 » : ce serait vrai pour une longueur, pas pour un volume. À l'inverse, si le rayon est multiplié par $\frac{1}{2}$, le volume est multiplié par $\frac{1}{2}^3$, donc par $\frac{1}{8}$. Une petite modification de rayon peut donc changer fortement le volume. Utilise ce fait pour contrôler ton résultat. Une boule de rayon 10 cm doit avoir un volume bien plus grand qu'une boule de rayon 5 cm : le rayon a été doublé, donc le volume doit être huit fois plus grand. Si ton calcul donne seulement le double, reprends ta série de calculs. Coach Vince te demande ce contrôle final : compare toujours le sens de ton résultat avec les dimensions de départ.

Rédiger avec précision

Une réponse complète ne se limite pas à un nombre affiché par la calculatrice. Commence par annoncer la formule et précise la valeur du rayon. Écris ensuite le remplacement numérique sur une ligne lisible. Pour une boule de rayon 3 cm, une rédaction correcte est : « La boule a pour rayon 3 cm. $V = 4 \times \pi \times 3^3 \div 3 = 36\pi \text{ cm}^3 \approx 113 \text{ cm}^3$. » Le signe égal = relie des expressions exactement égales. Dès que tu remplaces π par une valeur décimale

arrondie, emploie plutôt $\approx$. N'écris pas cm^2 : cette unité mesure une aire, par exemple la surface d'un disque. Le volume mesure l'espace occupé et s'écrit cm^3 . Dans un problème concret, vérifie aussi le vocabulaire : une balle creuse n'a pas nécessairement le volume d'une boule pleine, car son épaisseur peut être prise en compte. Si l'énoncé modélise l'objet par une boule, tu appliques la formule à la boule indiquée. Si plusieurs solides sont assemblés, calcule séparément le volume de chaque partie puis additionne ou soustrais seulement les volumes concernés. Reste méthodique : identifier, formuler, calculer, contrôler. C'est une rédaction courte, mais solide.

Exemples résolus

Calculer le volume à partir d'un rayon

Énoncé. Une boule a un rayon de 6 cm. Calcule son volume exact, puis une valeur approchée au cm^3 près.

1. Le rayon est déjà connu : $r = 6$ cm.
2. J'écris la formule : $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$.
3. Je remplace r par 6 : $V = 4 \times \pi \times 6^3 \div 3$.
4. Je calcule le cube : $6^3 = 216$, donc $V = 4 \times \pi \times 216 \div 3$.
5. Comme $216 \div 3 = 72$, $V = 288\pi \text{ cm}^3$.
6. Avec la calculatrice, $288\pi \approx 905$.

Résultat : Le volume de la boule est $288\pi \text{ cm}^3$, soit environ 905 cm^3 .

Ne pas confondre diamètre et rayon

Énoncé. Une boule a un diamètre de 10 cm. Calcule son volume au cm^3 près.

1. La formule utilise le rayon. Or $d = 10$ cm, donc $r = 10 \div 2 = 5$ cm.
2. J'écris la formule : $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$.
3. Je remplace : $V = 4 \times \pi \times 5^3 \div 3$.
4. Je calcule : $5^3 = 125$, donc $V = 500\pi \div 3 \text{ cm}^3$.
5. Avec la calculatrice, $500\pi \div 3 \approx 524$.

Résultat : Le volume de la boule est environ 524 cm^3 .

Utiliser un coefficient d'agrandissement

Énoncé. Le rayon d'une boule est multiplié par 2. Par combien son volume est-il multiplié ?

1. Le volume d'une boule dépend de r^3 .
2. Le rayon est multiplié par 2, donc le volume est multiplié par 2^3 .
3. Je calcule $2^3 = 8$.

Résultat : Le volume est multiplié par 8.

TA SÉANCE D'ENTRAÎNEMENT

1 Trouver le bon rayon ★★★

Détermine le rayon de chaque boule.

1. Le diamètre d'une boule mesure 14 cm.
2. Le diamètre d'une boule mesure 3,6 m.
3. Le rayon d'une boule mesure 4,5 cm.

2 Calculer sans arrondir ★★★

Calcule le volume exact de chaque boule.

1. Une boule a pour rayon 3 cm.
2. Une boule a pour rayon 2 cm.

3 Choisir l'unité correcte ★★★

Choisis la bonne unité pour compléter chaque réponse.

1. Le volume d'une boule de rayon exprimé en cm s'exprime en
2. 1 dm^3 correspond à

4 Passer du diamètre au volume ★★★

Calcule le volume de la boule au cm^3 près.

Une boule a un diamètre de 8 cm.

5 Agrandir une boule ★★★

Détermine le coefficient multiplicateur du volume.

1. Le rayon d'une boule est multiplié par 3.
2. Le rayon d'une boule est multiplié par $\frac{1}{2}$

6 Comparer deux volumes ★★★

Justifie quelle boule a le plus grand volume.

La boule A a un rayon de 5 cm. La boule B a un rayon de 10 cm.

7 Résoudre un problème de contenance ★★★

Calcule le volume et réponds par une phrase complète.

Un objet est modélisé par une boule de rayon 2,5 dm. Quel est son volume en litres, au litre près ?

8 Retrouver le rayon ★★★

Détermine le rayon puis rédige ta conclusion.

Une boule a un volume de $36\pi \text{ cm}^3$. Détermine son rayon.

ÉVALUATION

Rédige les calculs nécessaires et donne les unités adaptées.

Barème : 20 points

1. Une boule a un diamètre de 14 cm. Détermine son rayon.

/ 2

2. Calcule le volume exact d'une boule de rayon 3 cm.

/ 3

3. Calcule le volume exact d'une boule de diamètre 8 cm.

/ 3

4. Une boule a un volume de $36\pi \text{ cm}^3$. Détermine son rayon.

/ 4

5. Le rayon d'une boule est multiplié par 3. Par combien son volume est-il multiplié ? Justifie.

/ 4

6. Une boule a un rayon de 5 cm. Donne son volume au cm^3 près.

/ 4

■ Les conseils de Coach Vince

Annonce ta règle

Avant les nombres, écris $V = 4 \times \pi \times r^3 \div 3$ et indique le rayon utilisé. Au brevet, cette ligne justifie ta démarche.

Fais le contrôle final

Vérifie l'unité et le rôle du rayon : un rayon doublé doit produire un volume huit fois plus grand. Ce contrôle repère vite une confusion avec le diamètre.

Pour aller plus loin sur exercices-3eme.fr

- › **Toutes les fiches de Mathématiques en 3^e** · [/mathematiques-3eme/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/)
- › **Le domaine « geometrie » en 3^e** · [/mathematiques-3eme/geometrie/](https://exercices-3eme.fr/mathematiques-3eme/geometrie/)
- › **Préparer le brevet (dates, épreuves, méthode)** · [/brevet/](https://exercices-3eme.fr/brevet/)